

# El *Quadrivium* y la catedral gótica

---

## The *Quadrivium* and gothic cathedral

DOI: 10.17981/mod.arq.cuc.22.1.2019.08

Artículo de investigación. Fecha de Recepción: 05/04/2019. Fecha de Aceptación: 05/29/2019.

### Josep Lluís i Ginovart

Universitat Internacional de Catalunya (España)  
jlluis@uic.es

### Cinta Lluís Teruel

Universitat Internacional de Catalunya (España)  
cintalluis@uic.es

Para citar este artículo:

Teruel, C. y Lluís, J. (2019). El *Quadrivium* y la catedral gótica, *MODULO ARQUITECTURA CUC*, vol. 22, no. 1, pp. 195-218, 2019. DOI: <http://doi.org/10.17981/mod.arq.cuc.22.1.2019.08>

## Resumen

Los promotores de las catedrales idealizaban en los fundamentos del *quadrivium* el orden gótico. El Capítulo catedral tenía un conocimiento de la ciencia matemática especulativo, derivado de las fuentes patrísticas y los enciclopedistas latinos neoplatónicos. La síntesis de estas fuentes, con una métrica de base aritmética y geométrica que se despliega como un gran ábaco, la geometría *fabrorum* del constructor medieval, permite construir las catedrales góticas. Se plantea la relación entre la teoría de la proporción de los *codex* existentes en el Archivo Capitular de Tortosa y la de la fábrica gótica.

**Palabras clave:** Catedral gótica; Capítulo; Arquitecto medieval; *Quadrivium*; Neoplatonismo; Tortosa

## Abstract

The promoters of the cathedrals idealized *quadrivium* in the fundamentals of the Gothic order. The Chapter cathedral had knowledge of mathematical science speculative, derived from patristic sources and Latino encyclopaedists Neo-Platonist. The synthesis of these sources, with a metric based arithmetic and geometric displays as a large abacus, the geometry *fabrorum* of medieval mason, allows build the Gothic cathedrals. The relationship between the theory of the proportion of existing *codex* in the Chapter Archive of Tortosa and the factory Gothic.

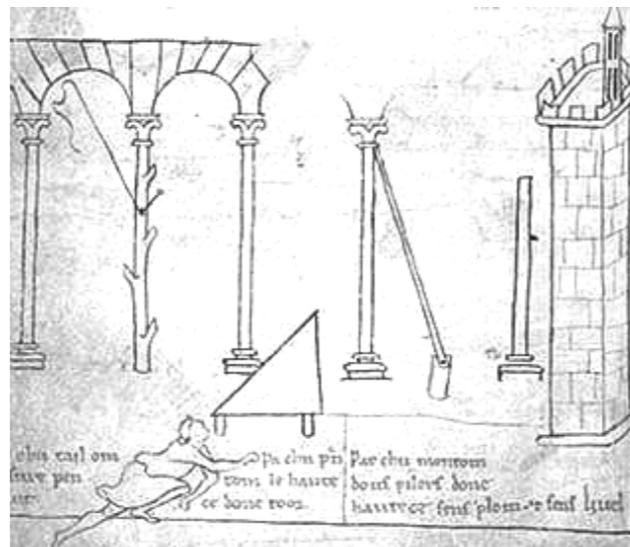
**Keywords:** Gothic cathedral; Chapter; Medieval manson; *Quadrivium*; Neo-Platonism; Tortosa



## Introducción

Las figuras eclesiásticas del obispo y Capítulo, junto con el arquitecto medieval engendran en su ilusionario, la construcción de catedral gótica, como la ciudad de Dios construida por los hombres. La relación entre el conocimiento de los promotores eclesiásticos con los maestros medievales ha tenido como puntos de contacto los conocimientos de las *ars* del *quadrivium*. Estas bases disponen unas cualidades diferentes, bien sea clérigo o laico, puesto que tienen a ver con sus aspectos formativos, que son desarrollados de maneras diferentes, unos en las escuelas y los otros en la fábrica. Así existe una interacción entre ambos saberes, por una parte el conocimiento especulativo, y teórico de los promotores, por otro el activo y práctico de los constructores. Un saber bajo el común denominador de las artes liberales, especialmente del *quadrivium*, aunque visualizadas de maneras muy diferentes.

Agustín de Hipona (354-420) reconocerá en el programa de las Artes Liberales, *Trivium* y *Quadrivium*, el instrumental básico para la comprensión de las Sagradas escrituras (*De Ordine*. II.16). Propone la formación del hombre en estas artes, ya que promueven la elevación del espíritu en el camino hacia Dios (Agustin de Hipona, 1994). El pensamiento agustiniano influirá en las culturas monásticas, así en Montecasino, Benito de Nursia (480-543), introducirá en la *Regula Benedicti* (529), la lectura divina (XLVIII.1)(Benet de Nursia, 1997), en el de Vivarium, Cassiodoro (c.485-c.580) planteará la preservación y copia de manuscritos a través de la *bibliotheca* y del *scriptorium* (*De institutiones divinarum et secularium litterarum* I.XXX) (Migne, 1844-1880).



Las *Institutionum disciplinae*, atribuidas al entorno cronológico de Isidoro de Sevilla (c.560-636), dispone de un sistema curricular basado en el *trivium* y *quadrivium*. Estos programas perdurarán en la escuela palatina, en las episcopales, en las catedralicias tras las disposiciones conciliares de Roma (1079) y de Letrán (1179) (1215), llegando hasta las primeras universidades en el siglo XIII (Evans, 1975; Guijarro, 2008; Sánchez, 2010). Dentro de las artes, la dialéctica jugó destacado, con una gran cantidad de escritores clericales, cuyas figuras más representativas fueron Ruotger de Colonia (f.960), y el Papa matemático Gerberto de Aurillac (c. 940-1003) (Pekonen, 2000). Éste lego del monasterio de Saint-Gerald de Aurillac, completó sus estudios de matemática en Cataluña (967-970), con el obispo Atón de Vic (957-971) y con el abad Arnolfo (954-970) en el cenobio de Ripoll (Pladevall, 1999; Torrents, 1999). Fue Abad Bobbio de 980, colaborador de Adalbéron Reims (c.

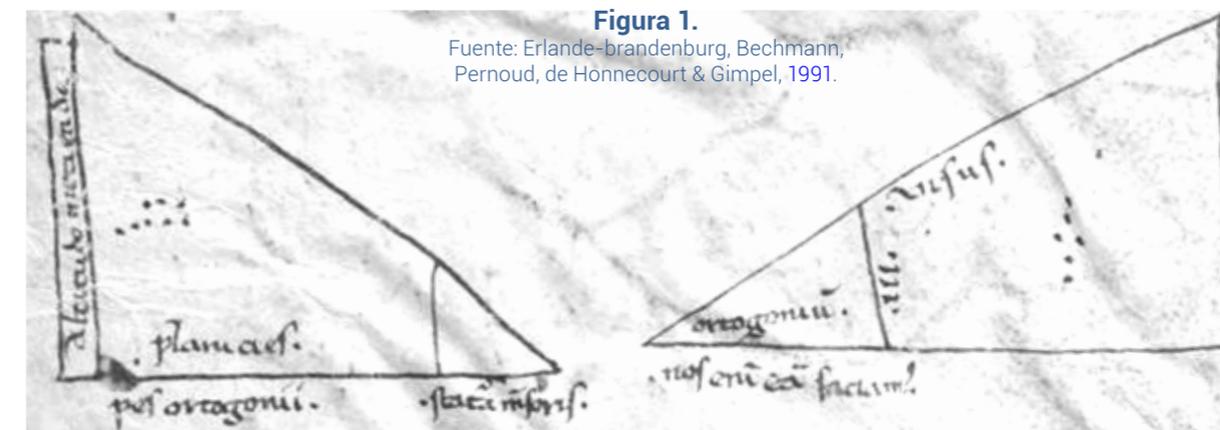
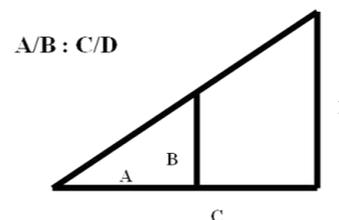


Figura 1.

Fuente: Erlande-brandenburg, Bechmann, Pernoud, de Honnecourt & Gimpel, 1991.

925-989) con quien mantuvo correspondencia matemática. Los catálogos de monasterios de Ripoll (Beer, 1907, Beer & Barnils, 1910) y de Bobbio (Genest, 1996), a los podía tener acceso Gerberto disponían de *libri artium*. En Ripoll, *Prisciani II* [177-178], *Macrobius* [193], *Boetius* [194]. En Bobbio de los *Libros Boetti III arithmetica* [395-397], *Prisciani II unun de figuris numerorum alterum litera* [447-448]. En caso de Ripoll completado con el ms. RIP 106 (Millàs, 1931), con pasajes de agrimensura y matemáticas y el ms. RIP 225, con diversos tratados relativos al astrolabio (Millàs, 1931). La catalogación conduce unitariamente a las obras de Boecio (c.480-525) transmisor de la tardo-clásica (Bernard, 1997), a través *De institutione arithmetica libri duo* (Friedlein, 1867; Sánchez, 2002), *De institutione Musica libri quinque* (Friedlein, 1867; Villegas, 2005) y las PseudoBoecio *Geometria I* (Blume, F. Lachmann, K. & Rudorff, 1852; Folkerts, 1982) y *Geometria II* (Friedlein, 1867; Folkerts, 1970). Completaran este elenco, los pasajes *De Mathematica (Etym. III)* del *Etymologiarum sive originum* de

Isidoro de Sevilla (560-636) (Oroz & Casquero, 2000), y el atribuido *Liber de Numeris* (Pardillos, 2000), la *De Arithmetis Propositionibus* (Folkerts, 1972) de Beda el Venerable (673-735), y las *Propositiones ad acuendos juvenes* (c.800) (Folkerts, 1999) Alcuín de York (735-804).

En los albores del año mil, la *Regulae de numerorum abaci rationibus* (980-982) de Gerberto (Bubnov, 1889), introduce la numeración de posición, facilitando el cálculo del ábaco (Beajouan, 1996; Folkerts, 2001). La geometría está basada *Gerberti Isagoge Geometriae* (c.980-9821) (Bubnov, 1889), de producción propia y la *Geometria Inceri auctoris* (c.1000) (Bubnov, 1889) recopilación de diferentes fuentes. Gerberto influirá en los constructores de catedrales (Sarrade, 1986), ejemplo será Villard de Honnecourt (c.1175-c.1240), donde resuelve la medida de objetos que no son accesibles [B.N.P. ms.fr. 190093, fol.20r, fig. l,m; fol. 20v, fig.k] (Erlande-brandenburg, Bechmann, Pernoud, de Honnecourt & Gimpel, 1991); Bechman, 1989) (Figura 1).

El concepto de matemática como ciencia, se difundió en la Europa gótica desde el *De Scientiis* de Domingo de Gundisalvo (fl. 1150). Su precedente era el *Catálogo de las ciencias* de al-Fārābī (c.870-950). La matemática, *sciencia doctinali*, dice al-Fārābī, es una de las cinco ciencias que se conocen, comprende; la aritmética, geometría, la óptica, la astronomía, la matemática, la música, la ciencia de los pesos y la ingeniería. En la Aritmética y Geometría, diferencia entre *theorica* y *practica*, conviniendo que tienen la base de la que derivan las demás (González, 1932). Gundisalvo utilizará estos mismos términos en el *De Scientiis* (Alonso, 1955), definiciones divulgadas en *Speculum Doctrinale* al mundo de las catedrales europeas por Vicente de Beauvais (c.1194-1264) (Alonso, 1955; Mâle, 1910).

La cultura tardoclásica desde las fuentes patristicas, y la de la tradición árabe, se conectaron en el Sur de Europa. Así la traducción de los *Elementa* de Euclides (326 aC-265aC) por Adelardo de Bath (1075-1166) hacia 1142, y la sintaxis matemática del *Almagesto* de Ptolomeo (c.85-165) de Gerardo de Cremona (1114-1187) (Folkerts, 1987; Burnett, 2001; Lorch, 2001). La figura de Euclides, no solamente formaba parte de ciencia especulativa de los clérigos, sino que representaba simbólicamente el saber de los constructores, de aquí *Hic incipit constitutiones artis Geometriae secundum Euclid* también en el ms. *Regius* (c.1390), perdurando hasta las versiones modernas, como el Old Royal Library 1734 (1757), o los de tradición germánica como los de Hüttenordnung de Trèves (1397). Cassiodoro ya aludía en el *Variarum* en la formación del arquitecto, a Euclides, Arquímedes y Metrobio (Migne, 1844-1880).

La *Constitutio* de York (926), aconseja el estudio de Euclides y Vitrubio (Cervera, 1978), y el obispo Oswald de Morcester, requería de la geometría en la fundación de la abadía de Ramsey (969) (Harvey, 1972). Estas fuentes de base práctica que se ha vendido en definir como *geometría fabrorum* (Ruiz, 2005). La definición de artes liberales aparece en ms. *Regius* (c.1390), Manuscrito Cook (c.1400) (Harvey, 1972), o en Grand Lodge (1583) (Mazet, 2001). Con ello pese a la condición plebeya del oficio de arquitecto medieval, en la logia se le enseñaba que el arte de construir tenía un origen honroso, ya que idealizaba el concepto de Dios como arquitecto. El paso al grado de la maestría le garantizaba un reconocimiento social, con el título de *Doctor Lathomorun* en la tumba de Pierre de Montreuil (+1270), u otros calificativos como; *magister doctissimus, doctissimus in arte* (Kostof, 1984; Cupelloni, 1996; Marino, 2000).

La importancia del *trivium* y *quadrivium*, en el oficio y en la representación iconográfica de la arquitectura gótica obligaran a Viollet-le-Duc (1814-1879), a hacer una entrada, *arts (liberaux)* en su *Dictionnaire raisonné de l'architecture française du XIe au XVIe* (1854-1868) (Viollet-le-Duc, 1854-1868). La alegoría de las artes esta presente en los programas del arte gótico del siglo XIII, reconocidos especialmente en la escultura por Émile Mâle (1862-1954) (Mâle, 1891), como consecuencia del espejo de la ciencia (Mâle, 1992). Las artes liberales con sus instrumentos, aparecerán en la fachada occidental de Laon (1220) (Kasarska, 2008), en la de Paris (1235) (Sandron, 2000; Kasarska, 2002), en la portada Real fachada occidental de Chartres (1245) (Katzenellenbogen, 1959), en la central de la catedral de Sens (Sauerlander, 1975)

y en la del Sarmental (c.1225-1240) de la catedral de Burgos (Sánchez, 2001).

## El *Quadrivium* en la Catedral de Tortosa

La influencia de la Escuela de Chartres va a aparecer coetáneamente en la catedral de Torosa. En su biblioteca Capitular aparecerán las definiciones de las *ars*, en el códice (ACTo 40), después de la guarda del fol. 91, del siglo XII (Bayerrri, 1962). Las artes del *trivium*, gramática, dialéctica y retórica están representadas por, Prisciano, Aristóteles y Tulio. Mientras que las definiciones las del *quadrivium*;

*Arithmetica: Omnia sub numero que possum discernere quero.*

*Geometría: Corpora mensura claudio, data hec mihi cura.*

*Musica: Dissona consio consors modulamine studio*

*Astronomia: Astrorum iura monstro persigno futura*

*Pitagora: Quid uirtus numerus docet hec qui nexus et ordo*

*Millesius: Hec mensurandi doctrinam studet et usum.*

*Euclýde: Musica cuncta ligat narrat discrimina uocat*

*Ptholomeus: Hec docet astrorum leges loca tempora motus*

El ensalzamiento del *quadrivium* se hacen patente en el *Anticlaudiamus* de Alain de Lille (c.1128-1202), (ACTo nº 17, fol.1r-73v) (Bayerrri, 1962; Bossuat, 1955). El códice describe el espectáculo de la corrupción humana y la voluntad por parte de la Naturaleza de la construcción de un hombre perfecto que podrá

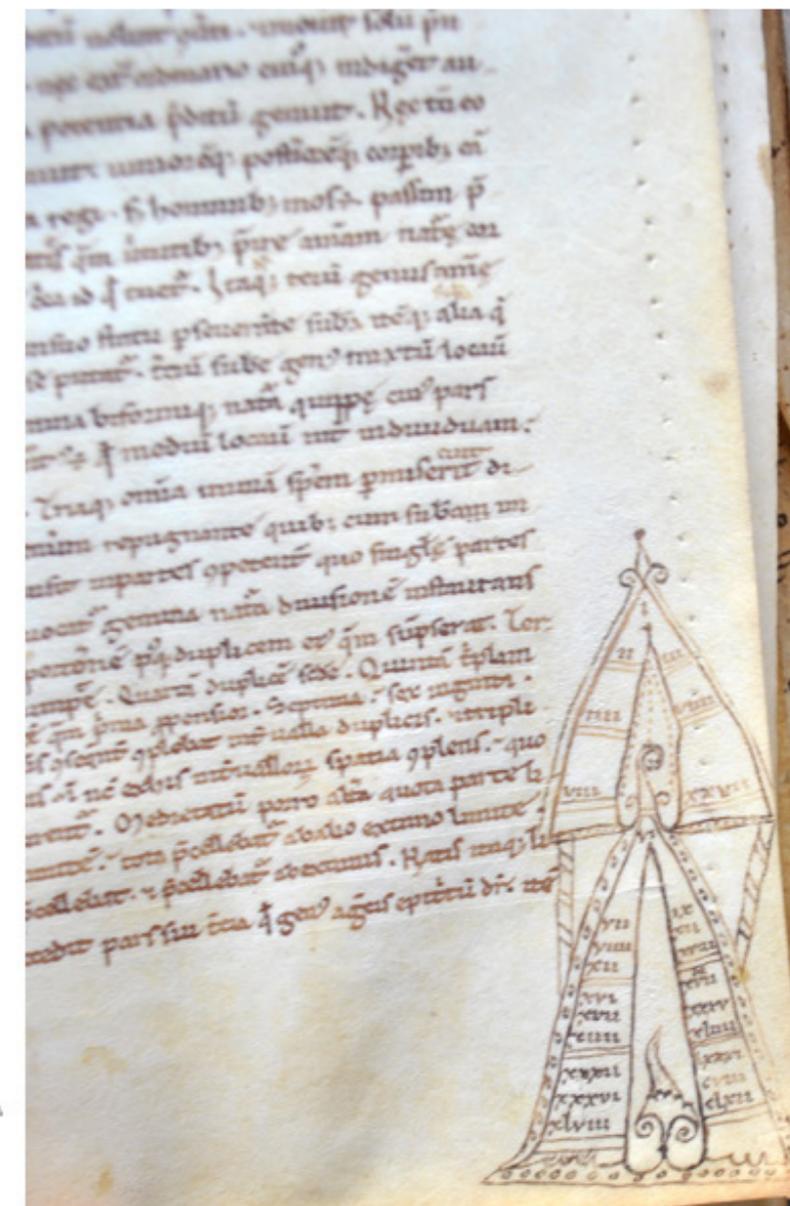
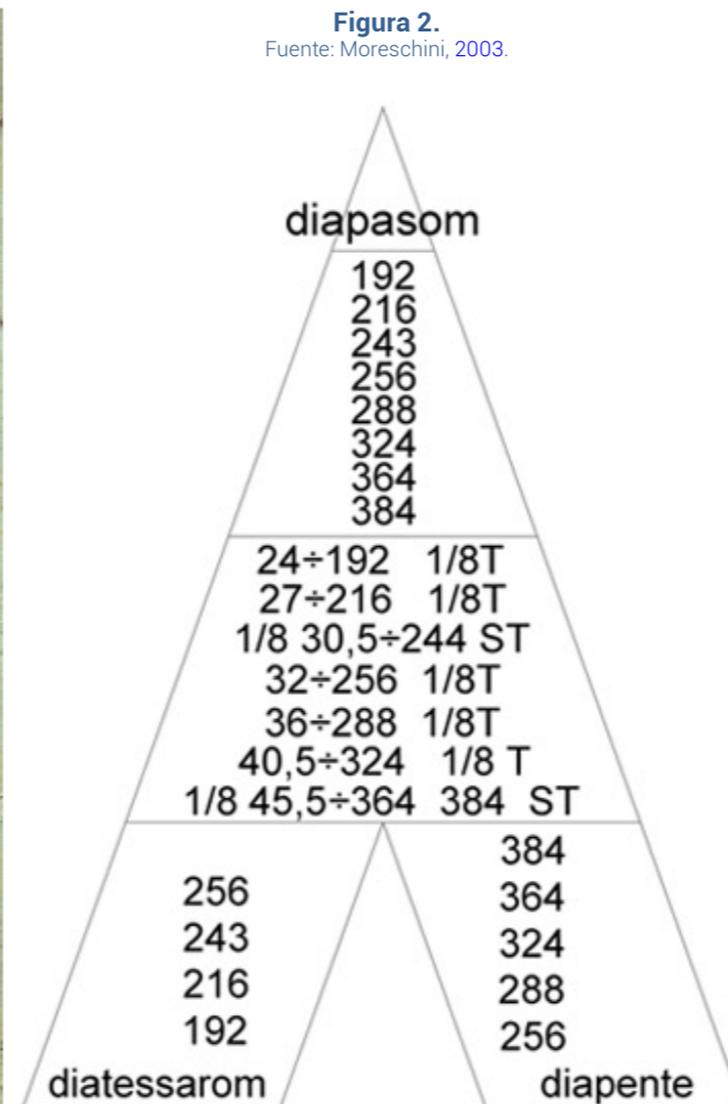
regenerar el mundo. En el libro I (fol. 3r.12- fol. 11 4. 34) la Naturaleza necesitará de la concurrencia de la Virtud para conseguir tal fin. El proyecto lo realizan siete jóvenes, que representan las siete artes liberales (libro II, fol. 11 v.1- fol. 19 r. 23). El libro III (fol. 19 r. 24 - fol. 27 v. 2) lo dedica a la lógica, como el arte que forma el eje del carro que los ha de conducir, y cuyas ruedas son las artes del *quadrivium*. En el cuarto (fol. 27 v. 3 - fol. 35 r. 16), la Concordia será la encargada de encajar los elementos aislados, y conducidos por la Razón hacia el cielo. En el libro V (fol. 35 r. 17 - fol. 44 r. 4), describe la Osa Mayor, y el Zodiaco, pero en el instante de entrar en las regiones secretas, los elementos auxiliares del carro dejan de servir. La Prudencia se inquieta y la Razón deja de conducir, entonces llega la joven *poli regina*, que los conducirá al mundo supra terrestre de los Ángeles, y la Virgen María. En el libro VI (fol. 44 r. 4, fol. 51 v. 28), próximo al final del viaje, la Prudencia cae en un largo letargo, siendo conducido entonces por la Fe a la presencia de Dios. Piden un alma que se capaz de asociarla al cuerpo ideal, que ha de fabricar la Naturaleza. Dios accede al proyecto, regresando a la Tierra reencontrando a la Razón. Las Virtudes acogieron el carro, entonces la Naturaleza, compone el cuerpo sin defectos, a los que une el alma (libro VII, fol. 51 v. 29, fol. 59 v. 33). La nueva criatura se educa en la Nobleza, hija de la Fortuna y la Suerte. En el octavo libro (fol. 60 r. 1; fol. 66 r. 6), la Furia y el Vicio tendrán envidia de la nueva joya universal, y tomará las armas contra el modelo creado de todas las virtudes. Así la Discordia, la Pobreza, la Infamia, la Vileza y la Avaricia, serán derrotadas, terminando con el libro XI dejando el poeta la pluma (fol. 66 r.7; fol. 72 v. 32).

### La *Sciencia Doctrinali* de los Canónigos

El estudio pormenorizado de alguno de los códices ha permitido identificar y estudiar algunas fuentes matemáticas a la que tenían acceso los canónigos de la catedral de Tortosa (Bayerrri, 1962), entre los que destacan:

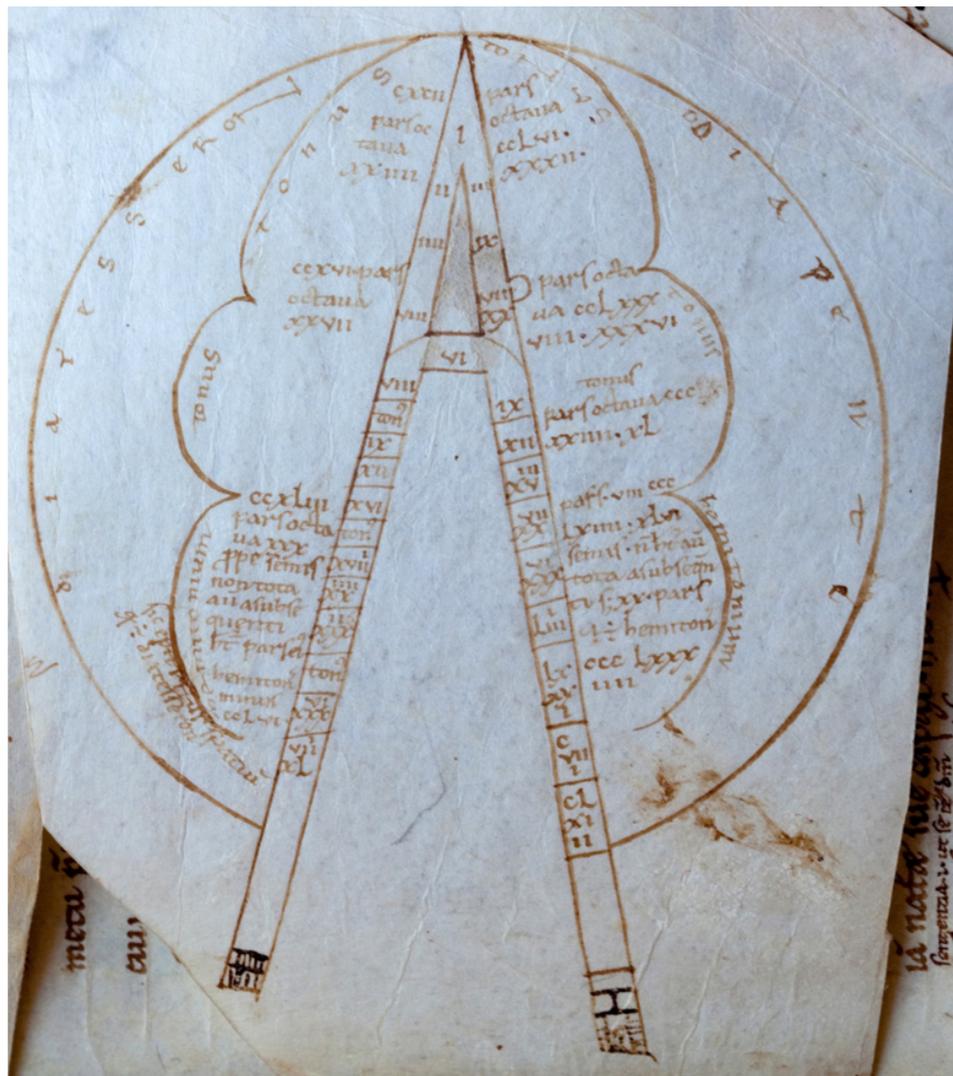
El *Civitas Dei* (ACTo nº 20) de Agustín de Hipona (354-420) del siglo XII, hace referencia a la teoría numérica, en el libro XI (fol. 156r v. 170), dice que el seis, es la perfección, puesto que es el primer número que resulta de sus partes,  $6 = 3 + 3 + 2 + 1$  (XI. 30). En cuanto al numero 10, dice tener como divisores el (1, 2, 5), mientras que el 12, los tiene (6, 4, 3, 2, 1) (XI. 30). El numero siete representa el séptimo día, que reconoce el reposo del Señor; aparece el siete como la adición de tres y cuatro ( $7 = 4 + 3$ ) (fol 168v v. 169) (XI. 31) (Agustín de Hipona, 2000). En el libro XX (fol. 333r-359r), el número doce, aparece como parte del siete ( $7 = 3 + 4$ ), así como del tres y cuatro ( $3 \times 4 = 12$ ). El doce puede ser definido como el triple de cuatro y cuádruplo de tres (fol. 335r v. 336) (XX. 5.3). Finalmente aparece el mil. El 1000 es el número perfecto de la plenitud del tiempo. Se construye a partir de un figura cuadrada, que es plana, y que al darle altura, la se convierte un una figura cúbica. El mil resulta la multiplicación por diez de un cuadrado de lado diez. Así el cuadrado  $10 \times 10$  al multiplicarlo por 10, se convierte en un cubo que resulta 1000 (fol. 337 v. 338) (XX. 7.2) (Agustín de Hipona, 2001).

En el ACTo nº 80, el Timeo de Platón, traducido por Calcidio (f. 350) del siglo XII, (146r - 155 v. 14) (Waszink 1975; Mulliachus, 1867; Moreschini, 2003).



Una figura inserta en el margen derecho (fol. 150 r. 20; fol. 150 v. 16), explica el pasaje dedicado a la generación de las proporciones de los números. Los números según la traducción de Calcidio del Timeo se generan; 1, 2 ( $2 = 2 \times 1$ ), 3 ( $3 = 2 + 1/2 \times 2$ ), 4 ( $4 = 2 \times 2$ ), 9 ( $9 = 3 \times 3$ ), 8 ( $8 = 1 + 7$ ), 27 ( $27 = 27 \times 1$ ). En los intervalos define; la parte más su medio ( $1 + 1/2$ ), el epítrito ( $1 + 1/3$ ), el epogdo ( $1 + 1/8$ ), el duplo, triple y cuádruplo, así como de la relación entre (243:256). Esta figura formaría parte del Comentario del Timeo (XXXII, tab.7; XLI, tab. 8). El libro primero dedicado al origen del alma, con los números; 1, 2, 4, 8 y 1, 3, 9, 27. El segundo a las modulaciones armónicas con las series; 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 32, 36, 48 y las 6, 9, 12, 18, 27, 36, 54, 81, 108, 162. Aparece un Comentario (fol. 1155 v. 15-66), en él que se detalla la proporcionalidad de las modulaciones numéricas, diatesarón y diapente (XLIX) (Waszink, 1975; Mulliachus, 1867; Moreschini, 2003). Otros Comentarios del Timeo de Calcidio en el ACTo 236 de los siglos XII-XIII (fol. 39 r-v), inserto en el Comentario del Sueño de Escipión (Waszink, 1975; Mulliachus, 1867; Moreschini, 2003) (Figura 2).

El *Comentarii In Somnium Scipionis* del ACTo 236 (fol. 1 v. 61) de Macrobio (fol. 400), de siglo XIII (Caiazzo, 2002). En el Libro Primero (fol. 1 v. 61; fol. 35 v. 18) (Willis, 1970; Armisen-Marchetti, 2001; Navarro, 2006), define el esquema de la secuencia numérica (1, 2, 4, 8) y (1, 3, 9, 27), recordando el dios creador del alma (fol. 6 v. 19-22). Constata las virtudes de los principales números; al ocho lo llama justicia;  $8 = 7 + 1$ ,  $8 = 2 \times 4$ ,  $8 = 5 + 3$ . Al siete pleno;  $7 = 1 + 6$ ,  $7 = 2 + 5$ ,  $7 = 3 + 4$ . El uno *monás*, que es masculino y femenino, y a la vez par e im-



par. El número seis posee el 1,  $1/3$ ,  $1/6$ ; su  $6/2 = 3$ ,  $6/3 = 2$ ,  $1/6 = 1$ ;  $1 + 2 + 3 = 6$ . El dos es considerado como el primer número, llamar *diada* tras la mónada. El cinco es el Dios supremo, es la suma total del universo. El tres es un término medio para cohesionarlos. En el segundo (fol. 35 v. 19; fol. 61 v.

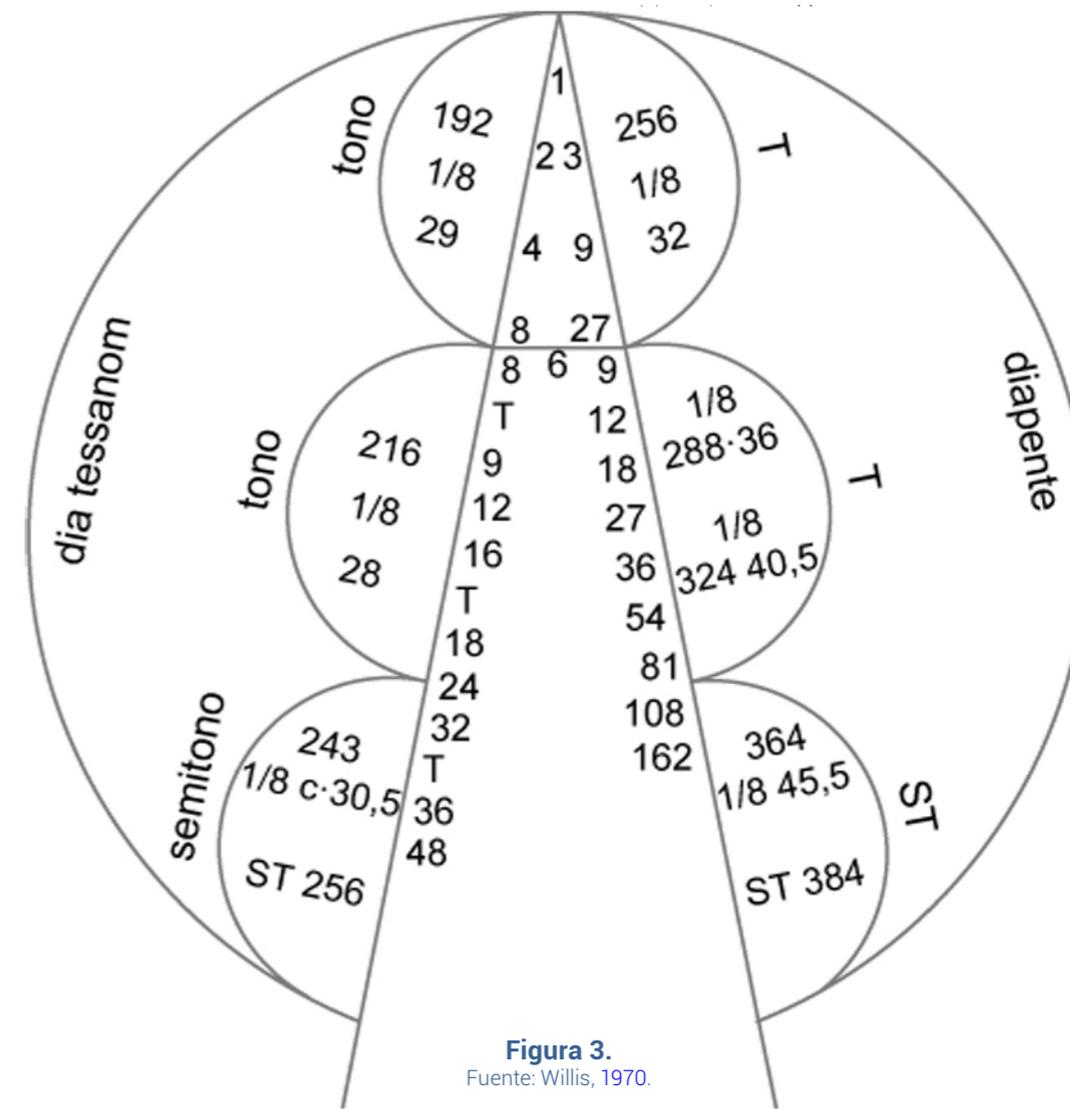
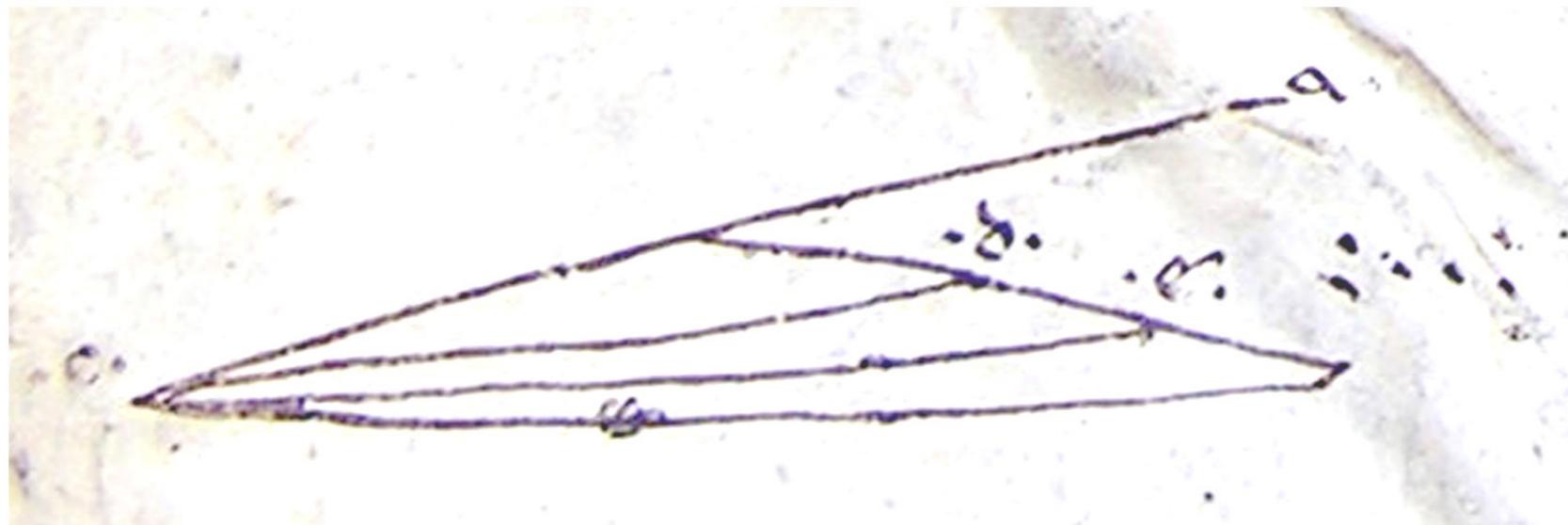


Figura 3.  
Fuente: Willis, 1970.

28) (Willis, 1970; Armisen-Marchetti, 2003; Navarro, 2006), aparecen las relaciones armónicas (11, 1, 14); el epítrito ( $3:4$ ), el hemiolio ( $3:2$ ), el duplo ( $2:1$ ), el triple ( $3:1$ ), el cuádruplo ( $4:1$ ), y el epogdo ( $9:8$ ) (fol. 36 v. 23). De la relación epitetra nace el intervalo musical del *dià tessarōn*, del hemiolio el intervalo

*dià pénte*, del duplo el *dià pason*, el triple *dià pason kai dià pénte*, de la cuádrupla la *dis dià pason* y del epogdo el *tónos* (II, 1, 15-20), completada con la definición de semitono entre la relación (243:256) (II, 1, 15-22) a la que los pitagóricos llamaron *díesis* (Figura 3).

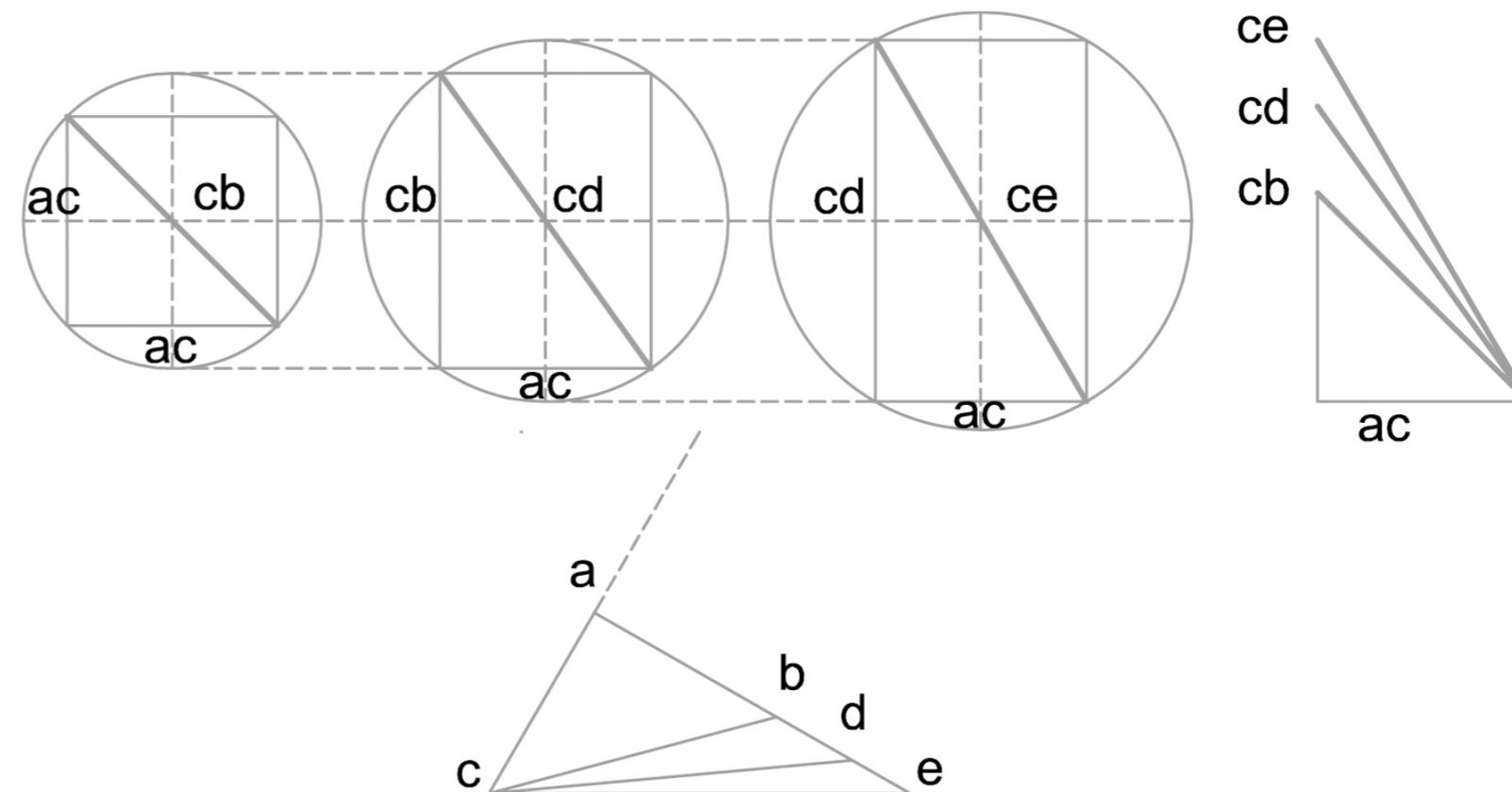


**Figura 4.** Glosa a los Elementa de Euclides de Al- ajjāj ACTo 80  
Fuente: Autores.

En el ACTo 80 (fol. 160 v. 28 - fol. 161 r. 5), un fragmento del Libro VII de la Geometría de Marciano Capella (fl. 430), siglo XII (Leonardi, 1959; 1960; Willis, 1983; Ramelli 2001; Ayuso, 2008). Define los géneros de las figuras planas. Las ergásticas contienen los preceptos para formar cualquier figura. Las apodícticas las que aportan pruebas para la demostración. Define tres clases de ángulos; el regular que es recto, que es siempre idéntico. El estrecho que es agudo y es variable. El ancho que es obtuso y variable, como el agudo, siendo más ancho que el recto. Las líneas definidas son: *isotés* cuando dos líneas iguales, guarden proporción con una línea media de una longitud igual o doble; *homólogos*,

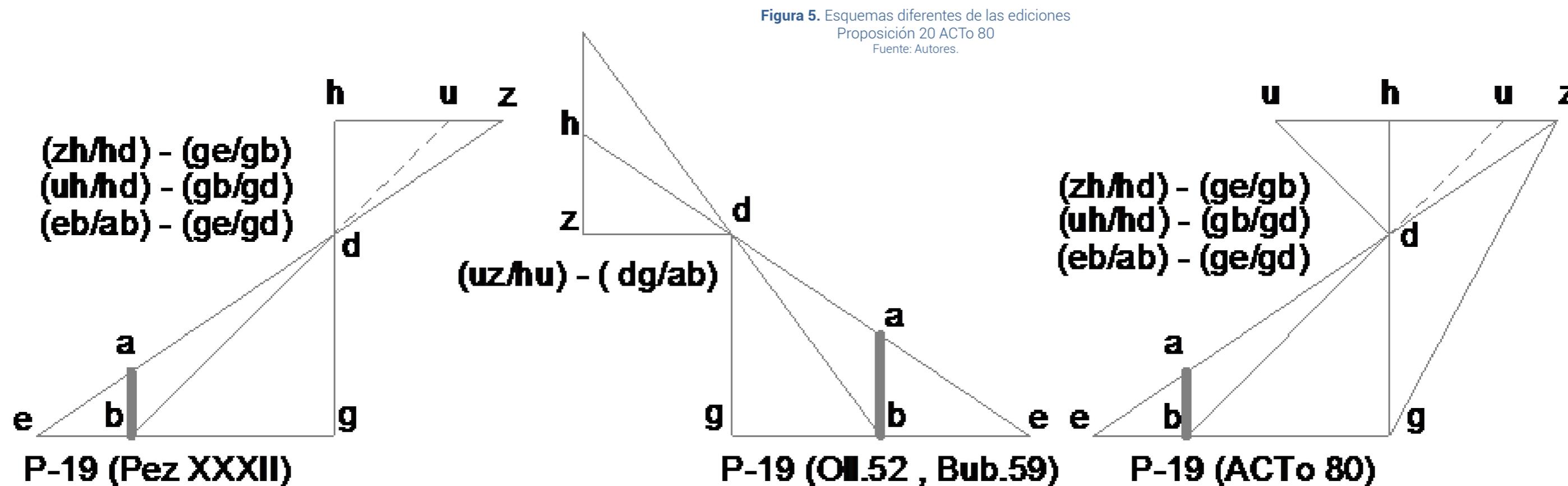
cuando coincidan las líneas; *análogos*, cuando es superada por otra en el doble de longitud, y supera a una tercera en la misma proporción; *álogos*, o irracional, en la que no existe una coincidencia proporcional. Toda línea es *rhētós*, o es *álogos*. La primera línea es racional, ya que puede ser cotejada con una medida común, o cualquier cosa que compagine. La segunda en cambio no coincide con ninguna, y no puede ser cotejada. Además las líneas pueden clasificarse como; aquellas que coinciden entre sí, *symmétrus* y las que no coinciden, definidas como *asymmétrus*.

La glosa a los *Elementa* de Euclides de Al- ajjāj ibn Yūsuf ibn Ma ar (786-833), ACTo 80 (fol. 161 r.



6 - fol. 161 r. 13), siglo XII. Plantea la proporcionalidad de los primeros números irracionales. Entiende que ningún ángulo rectilíneo, no puede ser tan pequeño que no cumpla en él, que el ángulo *a b d* no puede ser menor, en virtud del teorema XVI del libro primer de los *Elementa* de Euclides. Si fuera así se admitiría que existen tres ángulos rectos, cuando su suma de los ángulos del triángulo, ha de ser dos rectos (Figura 4).

Parte de la *Geometria Incerti Auctoris* de Gerberto de Aurillac (c. 940-1003), ACTo 80 (fol. 159 r. 1 - 160 v. 27), de los libros III y IV, del siglo XII (Pez, 1853; Olleris, 1867; Bubnov, 1899). El texto está dedicado a la medida de alturas, distancias y profundidades de elementos que no son accesibles. Las proporciones (P-1, P-2) son de metrología gromáticas, mientras que las (P-3, P-4, P-5, P-6, P-7) son utilidades del astrolabio, lo mismo que las (P-8, P-9)



pero con fundamentos de óptica. Las (P-18, P-19, P-20, P-21) pertenecen a la Óptica atribuida a Euclides, así como también las (P-10, P-11, P-13, P-15, P-16). Finalmente se miden las magnitudes se los objetos, con construcciones auxiliares, utilizando la proporcionalidad de los triángulos semejantes (P-12, P-14, P-17, P20), con la escuadra isósceles

(P-18), y la pitagórica P-19. Las proposiciones tienen una metrología de base 12, donde se utiliza la proporcionalidad; la igualdad 1/1, la relación 1/2 dupla o diapasón, la 2/3 sesquiáltera o diapente y la de 2/3 sesquitercia o diatesarón (Figura 5).

Numeración indo-árabe (ACTo 80 fol.162r.1-3) (Lluis, 2005), siglo XII. Dispuestas en tres líneas, en

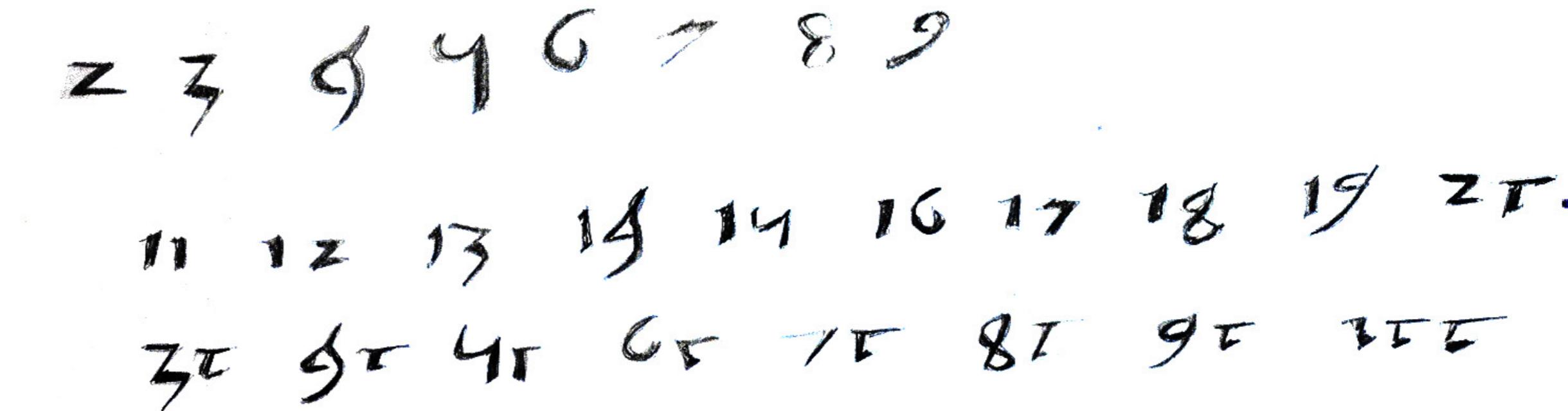
la primera las cifras 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, en la segunda los números 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, y en la tercera; 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 y 100. La notación de la cifra cero, representada por la forma aproximada de la letra tau ( $\tau$ ), es utilizada para caligrafiar las decenas. La tradición mozárabe de los códices *Vigilianus* (976) y *Aemilianensis* (992) (Menéndez,

1959), ordenan las cifras de forma decreciente, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1. De la misma manera lo hace Abraham Ibn Erza (1140-1167), en el *Sefer ha mispar* (Silberberg, 1895), Leonardo Pisano (1180-1250), *Liber abaci* (Boncompagni, 1854), el Alexandre Villiedieu. (c.1175-1250) en el *Carmen de Algorismo* (Halliwell & Orchard, 1841) o en el *El Algorismus*

*vulgaris* de Joan Sacobosco (1200-1256) (Halliwell, 1841; Curtze, 1897). Obra de quién Pedro de Dacia (c.1235-1289), rector de la Universidad de Paris y canónigo de su catedral, lo introduce en este ámbito, bajo el *Commentun Magistri Philomeni de Dacia* (Curtze, 1897), así como también el de la catedral de Cashel del G.P.A. Bolton Library (Burnett, 2002). La notación ( $\tau$ ), para la formación de la numeración de la posición de las decenas, del 20 al 90 y las centenas 100, es utilizada por Johannes Ocreatus (f. 1200) en el entrono Adelardo de Bath (1090-1160) (Smith & Karpinski, 1911; Folkerts, 2001; Burnett, 1996; Burnett, 2006; Burnett, 2010) (Figura 6).

### La Proporción Gótica

La búsqueda de los principios de cánones de la ceración medieval se encontraba en la cosmología del *Timaeus* de Platón (c.429-347 aC). El *Timaeus*, había generado las formas básicas del gótico, el triángulo rectángulo (Tim. 53 cd), el cuadrado (Tim. 53 d) y el triángulo equilátero (Tim. 53 de), así como las principales secuencias numéricas 1, 2, 3, 4, 8, 9, 27 (Tim. 35-36) (Platón, 1997). Estos números y figuras son el sustrato proporcional de la música y también de la arquitectura. Desde la óptica del mundo de las catedrales góticas se reconocía los orígenes de la proporcionalidad geométrica en el *quadrivium* (Guillaumin, 1991), con un orden ejemplificado en los desarrollos filosóficos de la Escuela de Chartres y Reims. Otorga los fundamentos del orden gótico, a las fuentes patrísticas, y especialmente a Agus-



tín de Hipona (354-420), con la *Civitas Dei, De Ordine* y la *De Musica Libri VI*, completadas con Boecio (480-524), *De consolatione philosophiae* y la *Instituto arithmetica, De institutione Musica*, y los principales comentaristas de Platón; Calcidio (f. 350) *Timaeus translatus commentarioque instructus*, Marciano Capella (fol. 430) con el *De Nuptiis Philologiae et Mercurii Comentarium* y Macrobio (f. 400), *In Somnium Scipionis* (Simson, 1952; Simson, 1956). La renovada búsqueda de los cánones creativos del demiurgo del *Timaeus* (Bo-

nell, 1999), junto con las fuentes patrística latina y los enciclopedistas latinos, a los que añadir la patrística griegas con; las *Stromatesis* de Clemente de Alejandría (c.150 - c.215), el *Hexaëmeron* Basilio el Grande (c.330 - 379) y *De hominis opificio* Gregorio de Nisa (c.335 - c.395) (Hiscock, 2000), formaran el sustrato del orden medieval. Esta revisión hace totalmente vigente la relación directa o circunstancial, de estas fuentes del conocimiento de los promotores eclesiásticos de las catedrales

góticas, incidiendo en la necesidad creativa de la geometría del diseño gótico.

La mayoría de las referencias de la cosmología gótica aparecen en los fondos de la biblioteca capitular de Tortosa. Así pues podemos establecer una posible relación entre los promotores de esta catedral y los *magister operis* a partir de la fábrica que ejecutaron. La cabecera de la catedral tiene unas proporciones metrológicas; 150 palmos de ancho, 100 de fondo, 100 de altura. Los pilares de las capillas radiales equidistan 24 palmos, 3 canas

Figura 6. Numeración ACTo 80 (fol. 162 r. 1 - 3)  
Fuente: Autores.

de Tortosa, disponen de una crucería de planta cuadrada, tienen 21 x 21 palmos. La sección del ábside tiene 45 palmos en las capillas radiales, 72 palmos en la girola y 100 palmos para el presbiterio, con la clave mayor de 10 palmos de diámetro. La calve de catedral de Tortosa define la forma cubica del mil de Agustín de Hipona en el ACTo nº 20. Así en el despliegue de la sección que inspirarán la catedral de Tortosa es de (9/6) cuya proporción sesquiáltera, diapente (3/2). De la misma manera que en la obra de Macrobio (f. 400), ACTo nº 236, con la aplicación directa en las proporciones del ábside; 150 palmos de ancho, 100 palmos de fondo y 100 palmos de altura. (Figura 7).

La "Mostra d'En Antony Guarç", (ACTo fabrica 49), representa un proyecto para la catedral gótica de Tortosa, conocida como tarza de Antoni Guarç (c.1345-1380) (Lluis, Fortuny, Costa & Sola-Morales, 2013). En su *practica* Guarç utiliza la relación entre el ancho de la nave lateral 9, con la capilla radial 8, creando la relación metrológica de 9/8. La relación tonal (9/8) entre la capilla radial y el ancho de las naves. El fragmento de la geometría de Capella ACTo nº 80, plantea dos tipos de líneas *rhētós*, y *álogos*. En el trazado del heptágono empleado por de Guarç utiliza la relación entre el ancho de la nave 9/8 con la capilla lateral. En términos de Capella es, *rhētós*, y se aplica tanto a las capillas del tramo recto del ábside, como a las situadas en la cuerda de ábside. Con esta práctica se hace conmensurable e iguales la medida de las capillas laterales y radiales. La relación de Guarç, 9/8, y la de la nave con las capillas, se interpreta en Calcidio ACTo nº 80 y Macrobio ATCo nº 236;

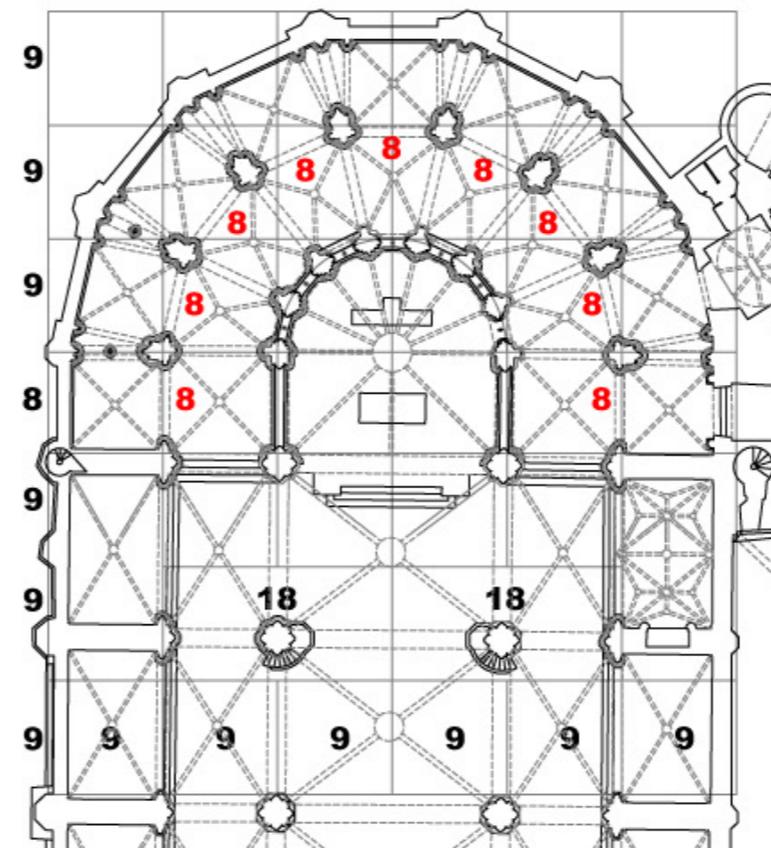
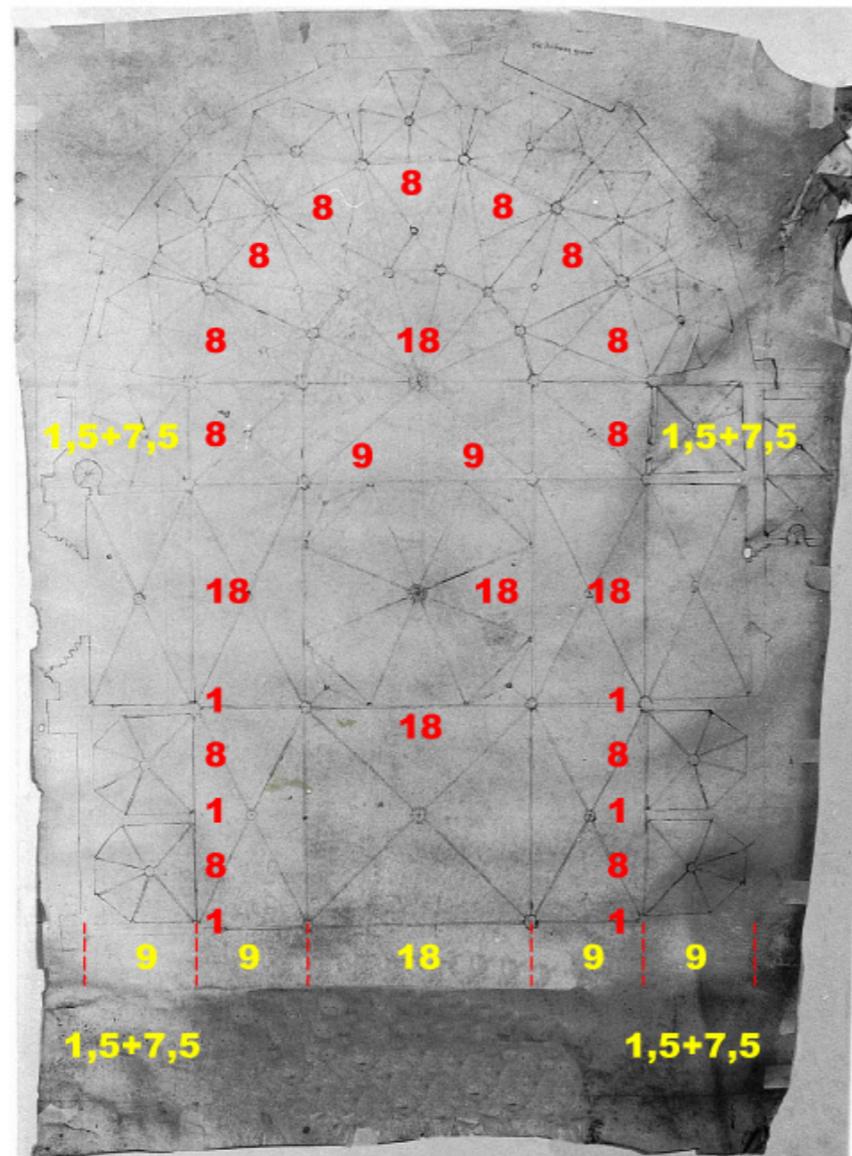
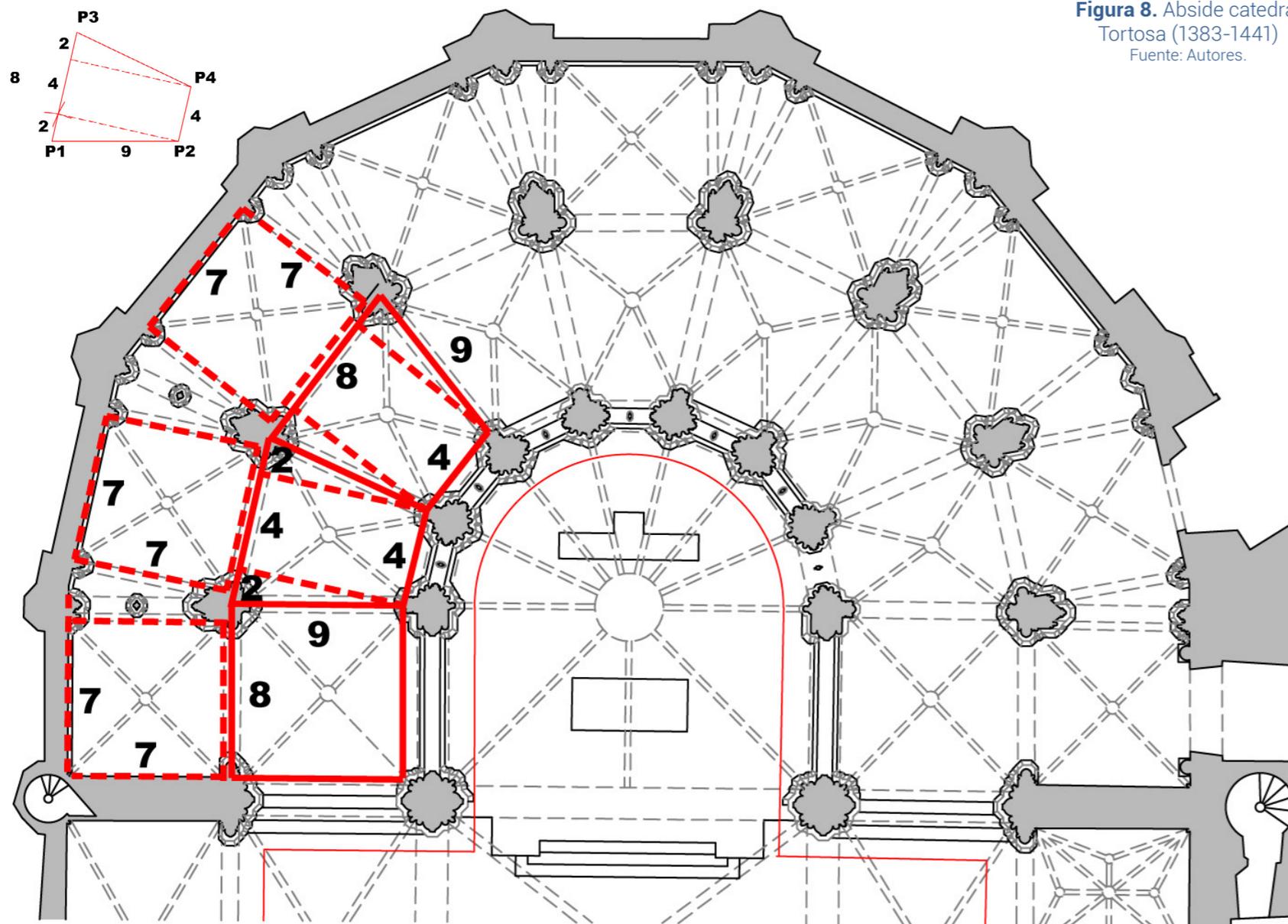


Figura 7. Metrología de la Traza Guarç (c.1345-1380), y la construcción del ábside de (1383-1441)  
Fuente: Autores.

como la parte y su octava (1 + 1/8) a la que llaman *epogdo* (Figura 8).

### CONCLUSIONES

Aunque es difícil establecer paralelismos del conocimiento de la proporción matemática entre los constructores y promotores de la catedral gótica, si podemos determinar una inducción en los términos de la cosmología del orden gótico, por parte del Capítulo catedral hacia el *magister operis*. Bajo el conocimiento de ciencia especulativa de matemática de los canónigos, derivada de la patrística latina y griega, y de los enciclopedistas neoplatónicos. Con la idealización del *quadrivium*, se construye el gran orden de la proporción de la catedral gótica. Todo ello desde una métrica de base aritmética y geométrica que se despliega como si fuera una secuencia de un gran ábaco y que el constructor sabía desplegar. Este conocimiento estaba sujeto secretismo profesional, de la llamada *geometria fabrorum*, a la que estaban sujetos los constructores medievales (Rechet, 1980). De esta manera los *Statuts de Saint-Michel* de Strasbourg (1563), prohibían expresamente revelar el despliegue de la sección, a través de los puntos esenciales de la planta gótica (Strasbourg 1563, art.13) (Mathonière, 2003). El obispo y canónigos encargaron, al *magister operis* una catedral con una unidad básica, la capilla radial, a la que asignaron una medida de 3 canas, que son 24 palmos. La medida unitaria, fue desplegada en la construcción de la fábrica



**Figura 8.** Ábside catedral Tortosa (1383-1441)  
Fuente: Autores.

deduciendo así las unidades básicas de longitud, anchura y altura.

REFERENCIAS

Agustín de Hipona, (1994). *Obras Completas San Agustín I. Escritos filosóficos (1º)*. 6 ed. Madrid: Biblioteca Autores Cristianos.

Agustín de Hipona, (2000). *Obras Completas de San Agustín XVI. La Ciudad de Dios (1º)*. Madrid: Biblioteca Autores Cristianos.

Agustín de Hipona, (2001). *Obras Completas de San Agustín XVI. La Ciudad de Dios (2º)*. Madrid: Biblioteca Autores Cristianos.

Alonso, M. (1955). *Domingo Gundisalvo. De Scientiis. Compilación a base principalmente de la de Al-Farabi*. Madrid: Consejo Superior de Investigaciones Científicas.

Armisen-Marchetti, M. (2001). *Macrobe. Comen-taire au Songe de Scipion. Tome I, Livre I*. Paris: Les Belles Letres.

Armisen-Marchetti, M. (2003). *Macrobe. Comen-taire au Songe de Scipion. Tome II, Livre II*. Paris: Les Belles Letres.

Ayuso, M. (2008). *La terminología latina de la geometría en Marciano Capela. 2 vol.* [Tesis doctoral]. Universidad Nacional de Educación a Distancia. Madrid, España.

Bayerri, E. (1962). *Los Códices Medievales de la Catedral de Tortosa. Novísimo inventario descriptivo*. Tortosa: Talleres Gráficos Algueró y Baiges.

Beajouan, G. (1996). Les chiffres arabes selon Gerbert. L'abaque du Pseudo-Boèce. En: P. Guyotejannin, Gerbert d'Aurillac. Le pape de l'an mil (pp. 322-328). Paris: Écolo de Chartes.

Benet de Nursia, (1997). *Regla per als monjos. Text llatí/català*. Barcelona: Publicacions de l'abadia de Montserrat.

Beer, R. & Barnils, P. (1910). *Los manuscrits del monastir de Santa María de Ripoll*. Barcelona: Estampa de la Casa Provincial de Caritat.

Beer, R. (1907). *Die Handschriften des klosters Santa María de Ripoll*. Wien : A. Hölder.

Bechman, R. (1989). *Villard de Honnecourt. La penseé technique au XIII e. Siècle et sa co-munitación*. París: Picard.

Bernard, W. (1997). On the foundations of the mathematical sciences in the works of Boethius. *Antike und Abendland* , 1997, Vol. 43, pp. 63-89.

Blume, F. Lachmann, K. & Rudorff, A. (1852). *Die Schriften der Römischen Feldmesser. I Gramatici veteres ex recensione Caroli Lachmanni*. Berlin: Georg Reimer.

Boncompagni, B. (1854). *Intorno ad alcune opere di Leonardo Pisano matematico del secolo decimoterzo*. Roma: Tipografia delle Belle Arti.

Bonell, C. (1999). *La divina proporción. Las formas geométricas*. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya.

Bossuat, R. (1955). *Alain de Lille. Anticlaudianus. Texte critique avec une introduction et des*

- tables publié par R. Bossuat.* Paris: Libraire Philosophique J. Virin.
- Bubnov, N. (1899). *Gerberti postea Silvestri II papae opera mathematica (972-1003)*. Berlin: Friedländer
- Burnett, C. (1996). *Algorismi vel helcep decentior est diligentia: the Arithmetic of Adelard of Bath and his Circle*. In: M. Folkerts (ed.), *Mathematische Probleme im Mittelalter: der lateinische und arabische Sprachbereich* (, pp. 221-331). Wiesbaden, 1996.
- Burnett, C. (2001). The coherence of the Arabic-Latin translation program in Toledo in the twelfth century. *Science in context*, 14(1-2), 249-288.
- Burnett, C. (2002). Learning Indian Arithmetic in the Early Thirteenth Century. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, IX(1), 15-26.
- Burnett, C. (2006). The semantics of indian numerals in arabic, greek and latin. *Journal of Indian Philosophy* 34(1), 15-30.
- Burnett, C. (2010). *Numerals and Arithmetic in the Middle Ages*. Variorum Collected Studies. Farnham, Surrey, & Burlington, VT: Ashgate.
- Caiazza, I. (2002). *Lectures Médiévales de Macrobe. Les Glosae Colonienses super Macrobim*. Paris: Librairie Philosophique J. Vrin.
- Cervera, L. (1978). *El Códice Vitrubiano hasta sus primeras versiones impresas*. Madrid: Instituto de España.
- Cupelloni, L. (1996). *Antichi cantieri moderni. Concezioni, sapere tecnico, costruzione da Iktinos a Brunelleschi*. Roma: Gangemi Editore.
- Curtze, M. (1897). *Petri Philomeni de Dacia in algorismun vulgarem Johannis de Sacrobosco: Commentarius Petri Philomeni de Dacia; praefatus est Maximilianus Curtze*. Hauniae: Typis Bianci Luno Typogr. Reg. F. Dreyer.
- Erlande-brandenburg, A., Bechmann, R., Pernoud, R., de Honnecourt, V. & Gimpel, J. (1991). *Villard de Honnecourt. Cuaderno, Siglo XIII*. Torrejón de Ardoz: Akal.
- Evans, G. R. (1975). The influence of quadrivium studies in the 11th-century and 12th-century schools. *Journal of medieval history*, 1(2), 151-164.
- Friedlein, G. (1867). *De institutione arithmetica libri duo. De institutione Musica libri quinque. Accedit geometria quae fertur Boetii*. Leipzig: In Aedibus B. G. Teubneri.
- Folkerts, M. (1970). *Boethius Geometrie II: ein mathematisches Lehrbuch des Mittelalters*, Wiesbaden: Franz Steiner.
- Folkerts M. (1972). *De aritmeticis propositionibus. A Mathematical Treatise Ascribed to the Venerable Bede*. En: M. Folkerts, *Essays Early Medieval Mathematics*. Hampshire: Ashgate.
- Folkerts, M. (1982). Die Altercatio in der Geometrie I des Pseudo-Boethius. Ein Beitrag zur Geometrie in mittelalterlichen Quadrivium. En : *Fachprosa-Studien* (pp.84-114). Berlin: G. Keil.
- Folkerts M. (1987). The importance of the Latin Middle Ages for the Development of Math-

- ematics. En: M. Folkerts, *Essays Early Medieval Mathematics*. Hampshire: Ashgate.
- Folkerts, M. (1999). Propositiones ad acuendos juvenes. Ascribed to the Venerable Bede. En: M. Folkerts, *Essays Early Medieval Mathematics*. Hampshire: Ashgate.
- Folkerts, M. (2001). The Names and Forms of the Numeral on the Abacus in the Gerbert Tradition. En: F. G. Nuvulone (ed), *Gerberto de Aurillac da Abate di Bobbio un papa dell'anno 1000: actitudes del Congresso Internazionale Bobbio* (pp. 245-265). 28-30 settembre 2000. Bobbio-Pesaro, Italy.
- Genest, F. (1996). Inventaire de la bibliothèque de Bobbio. En: P. Guyotejannin, *Gerbert d'Aurillac. Le pape de l'an mil*. Paris: Écolo de Chartes.
- Guillaumin, J. Y. (1991). The order of studies in the quadrivium and geometric proportion. *Latomus*, 50(3), 691-697.
- Guijarro, S. (2008). El saber de los claustros: Las escuelas monásticas y catedralicias en la Edad Media. *ARBOR Ciencia, Pensamiento y Cultura*, 184(731), 443-455.
- González, Á. (1932). *Alfarabi. Catálogo de las ciencias*. Madrid: Facultad de Filosofía y Letras.
- Halliwell, J. & Orchard, J. (ed.) (1841). *Rara mathematica; or, A collection of treatises on the mathematics and subjects connected with them, from ancient inedited manuscripts*. London: Published Samuel Maynard.
- Harvey, J. (1972). *The medieval architect*. London: Wayland Publishers London.
- Hiscock, N. (2000). *The Wise Master Builder. Platonic Geomtry in Plans of Medieval Abbeys and Cathedrals*. Aldershot y Brookfield, Vermont: Ashgate.
- Kasarska, I. (2002). Entre Notre-Dame de Paris et Chartres: le portail de Longpont-sur-Orge (vers 1235). *Bulletin Monumental*, Tome 160, (4), 331-344.
- Kasarska, I. (2008). *La Sculpture De La Façade De La Cathedrale De Laon*. Paris : Picard.
- Katzenellenbogen, A. (1959). *The sculptural programs of Chartres Cathedral: Christ, Mary, Ecclesia*. New York: W.W. Norton & Company.
- Kostof, S. (1984). *El Arquitecto. Historia de una profesión*. Madrid: Cátedra.
- Leonardi, C. (1959). I codici di Marziano Capella, *Aevum XXXIII*, 443-489.
- Leonardi, C. (1960). I codici di Marziano Capella, *Aevum XXXIV*, 411-524.
- Lluis, J., Fortuny, G., Costa, A. & Sola-Morales, P. (2013). Gothic construction and the traça of a heptagonal apse. The problem of the heptagon. *Nexus Network Journal: Architecture and Mathematics*, 15(2), 325-348.
- Lluis, J. (2005). Códice 80. Geometria incerti auctoris. Numeración posición. Dragmation Philosophiae. Traza del ábside de la catedral de Tortosa. En: Sant Mateu, *La Llum de les Imatges* (pp. 236-231). Valencia: Generalitat Valenciana, Conselleria de cultura, educació i esport.

- Lorch, R. (2001). Greek-Arabic-Latin: The transmission of mathematical texts in the Middle Ages. *Science in context*, 14(1-2), 313-331.
- Mâle, E. (1891). Les arts libéraux dans la statuaire du Moyen Age. *Revue Archéologique*, 17(1), 334-346.
- Mâle, E. (1910). *L'art religieux du XIIIe siècle en France: étude sur l'iconographe du Moyen Age et sur ses fuentes d'inspiration*. Paris: Armand Colin Éditeurs.
- Mâle, E. (1992). *L'art religieux du XIIe siècle en France: Etude sur les origines de l'iconographe du Moyen Age*. Paris: Armand Colin Éditeurs.
- Marino, B. (2000). La imagen del arquitecto en la Edad Media: historia de un ascenso. *Espacio, Tiempo y Forma, Serie VII, Historia del Arte*, 3(1), 11-25.
- Mathonière, J. M. (2003). L'Ancien compagnonnage germanique des tailleurs de Pierre. En: Musée du Compagnonnage de Tours, *Fragments d'histoire du Compagnonnage*, volume 5. Tours: Musée du Compagnonnage de Tours.
- Mazet, E. (2001). *El manuscrito Grand Lodge nº 1 (1583)*. En: Gran Logia de España de Maesones Antiguos, *Libros y Aceptados. Libro de Trabajo. Logia de Estudios e Investigaciones*. Tarragona: Arola editors.
- Menéndez, G. (1959). Los llamados numerals árabes en occidente. *Boletín de la Real Academia de la Historia*, (T. 145), 45-116.
- Migne, J. P. (1844-1880). *Patrologia Cursus Completus. Serie Latina*. Paris: Edit Minge.
- Millàs, J. M. (1931). *Assaig d'història de les idees físiques i matemàtiques a la catalunya medieval. Vol I*. Barcelona: Institució Patxot.
- Moreschini, C. (2003). *Calcidius. Commentario al Timeo di Platone*. Milano: Bonpiani. Il Pensiero Occidentale.
- Mulliaichus, Fr. (1867). *Fragmenta Philosophorum Graecorum. Volumen II. Pythagoreos, Sophistas, Cynicos et Chalcidii in priorem Timaei Platonici partem comentarios continens*. Paris: Editore Ambrosio Firmin Didot.
- Navarro, F. (2006). *Macrobio. Comentario al Sueño de Escipión*. Madrid: Gredos.
- Olleris, A. (1867). *Oeuvres de Gerbert, Pape sous le nom de Sylvetres II collationnées sur les manuscrits, précédées de sa biographie, suivies de notes critiques & historiques*. Clermond-Ferrand: F. Thibaud, Impr.-Libr.-Éditeur.
- Oroz, J. & Casquero, M. (2000). *San Isidoro de Sevilla. Las Etimologías I. Libros (I-X)*. Madrid: Biblioteca de Autores Cristianos.
- Pardillos, M. T. (2000). El libro de los números atribuido a San Isidoro, Obispo de Sevilla. *Emblemata*, (6), 285-305.
- Pekonen, O. (2000). Gerbert of Aurillac: Mathematician and Pope. *Mathematical Intelligencer*, 22(4), 67-70.

- Pez, B. (1853). SS Silvester II. Geometria [0999-1003]. *Patrologia Latina*, 139. MPL139.
- Pladevall, A. (1999). Entorn de l'estada de Gerber a Catalunya (967-970). L'existència de biblioteques privades perdudes. En: *Actes del Congrés Internacional. Gerbert d'Orlhac i el seu Temps: Catalunya i Europa a la fi del mil·lenni* (pp. 651-663). Vic-Ripoll: Eumo Editorial.
- Platon. (1997). *Dialogos VI. Filebo, Timeo, Critas*. Madrid: Gredos.
- Ramelli, I. (2001). *Marziano Capella. Le Nozze di Filologia e Mercurio. Testo latino a fronte. Introduzione, traduzione, comentario e appendici di Ilaria Ramelli*. Milano: Bompiani. Il pensiero occidentale.
- Rechet, R. (1980). La Loge et le soi-disant 'secret' des bâtisseurs de cathédrales. *Histoire et archéologie*, 47(spécial), 8-23.
- Riché, P. & Callu J. P. (1993). *Gerbert d'Aurillac. Correspondance. Tome I, II*. Paris: Les Belles Lettres.
- Ruiz, J. A. (2005). Fuentes para el estudio de la geometría fabrorum. Análisis de documentos. En, Instituto Juan de Herrera (Ed.), *Actas del Cuarto Congreso Nacional de Historia de la Construcción* (pp. 1001-1008). Madrid: SEHC, COAC, CAATC.
- Sánchez, A. B. (2010). Dónde aprender a leer y escribir en el año mil. *Anuario de estudios medievales*, 40(1), 3-34.
- Sánchez, M. A. (2002). *Boecio Institutio Arithmetica. Fundamentos de Aritmética. Estudio, edición y traducción María Asunción Sánchez Manzano*. Leon: Universidad de León.
- Sauerlander, W. (1975). *La sculpture gothique en France (1140-1270)*. Paris: Flammarion.
- Sandron, D. (2000). *Notre-Dame de Paris*. París: La nuee Bleue.
- Sarrade, M. T. (1986). *Sur les connaissances mathématiques des bâtisseurs de cathédrales*. Paris: Librairie du Compagnonnage.
- Silberberg, M. (1895). Sefer Ha-Mispar. Das Buch der Zahl. Ein, R. Abraham & M. Silberberg, *Habräisch-Werk arithmetisches Werk*. Frankfurt: J. Kauffmann.
- Simson, O. G. (1952). The Gothic Cathedral: Design and Meaning. *Journal of the Society of Architectural Historians*, 11(3), 6-16.
- Simson, O. G. (1956). *The Gothic Cathedral: the origins of Gothic Architecture and the Medieval Concept of Order*. New York and Evanston: Harper&Row.
- Smith, D. & Karpinski, L. (1911). *The hindu-arabic numerals*. Boston and London: Ginn and company, publishers.
- Torrents, R. (1999). La peregrinatio accademica de Gerbert d'Orlhac (Silvestre II). En: *Actes del Congrés Internacional. G. d'Orlhac i el seu Temps: Catalunya i Europa a la fi del mil·lenni* (pp.13-16). Vic-Ripoll: Eumo Editorial.

- Villegas, S. (2005). *Anicio Manlio Torquato Severino Boecio. Tratado de Música*. Madrid: Ediciones Clásicas.
- Viollet-le-Duc, E. E. (1854-1868). *Dictionnaire raisonné de l'architecture française du XIe au XVIe siècle* (vol. 10). París: Bance et Morel.
- Waszink, J. H. (1975). Plato Latinus. IV. En, J. H. Waszink (ed.) *Timaeus, a Calcidio translatus commentarioque instructus*. Londinii, Leidae: En aedibus Instituti Warburgiani.
- Willis, J. (1970). Macrobius. *Comentarii In Somnium Scipionis*. Stugar-Leipzig: B.G. Teubner.
- Willis, J. (ed.) (1983). *Martianus Capella*. Leipzig: Teubner.