

Algoritmo de minimización restringida de la contaminación alrededor de zonas industriales

The algorithm of constrained minimization of pollution around industrial zones

DOI: <http://doi.org/10.17981/ingecuc.17.1.2021.18>

Artículo de Investigación Científica. Fecha de Recepción: 17/01/2020. Fecha de Aceptación: 03/02/2021.

Alina Fedossova 

Universidad Nacional de Colombia. Bogotá, D.C. (Colombia)
afedosova@unal.edu.co

Oscar Yecid Buitrago Suescún 

Universidad Militar Nueva Granada. Bogotá, D.C. (Colombia)
oscar.buitrago@unimilitar.edu.co

Valery Fedosov 

vlr.fdsv@gmail.com

Para citar este artículo:

A. Fedossova, O. Buitrago Suescún & V. Fedosov, “Algoritmo de minimización restringida de la contaminación alrededor de zonas industriales”, *INGECUC*, vol. 17. no. 1, pp. 230–238. DOI: <http://doi.org/10.17981/ingecuc.17.1.2021.18>

Resumen

Introducción— En este trabajo se consideran áreas grandes con fuentes de emisiones de contaminación que en la mayoría de casos llega muy lejos de las zonas industriales. Usando modelación, monitoreo o pronósticos en los algoritmos de optimización se pueden analizar y ajustar los parámetros de la propagación de la contaminación con el impacto negativo de las zonas industriales.

Objetivo— El objetivo es la optimización y validación del modelo propuesto utilizando tres subconjuntos de fuentes de contaminación (las que pueden ser modificadas, las que se pueden modificar hasta cierto punto y las que no se pueden modificar).

Metodología— Para la minimización se utilizó el procedimiento de Nelder-Mead de optimización clásica local, el cual mediante cambio de paso permite encontrar los extremos y además es útil para la optimización multiparamétrica.

Resultados— Los resultados obtenidos permiten: la elección de tamaño de zonas industriales; la ubicación de industrias con fuentes condicionadas y aquellas sin restricciones; límites de optimización según el número de iteraciones o según la integral de las emisiones y la valoración de las consecuencias económicas de la solución.

Conclusiones— El modelo matemático y algoritmo son relativamente sencillos para su aplicación y están abiertos para más complejidad.

Palabras clave— Optimización restringida; contaminación de aire; modelación matemática; regulación de contaminación; algoritmo de Nelder-Mead

Abstract

Introduction— In this work large areas with sources of pollution emissions are considered, and in most cases they go far beyond industrial areas. Using modeling, monitoring or forecasting in the optimization algorithms, the pollution propagation parameters can be analyzed and adjusted with the negative impact of industrial areas.

Objective— The objective is to optimize the proposed model using three subsets (reformed without restrictions, with restrictions and not reformed) of pollution sources and their validation.

Methodology— For the minimization, the Nelder-Mead procedure of local classical optimization was used, which by changing the pitch can find the extremes quite accurate and, in addition, serves for multi-parameter optimization.

Results— The results obtained allow: the choice of industrial zones size, the location of industries with conditional sources and without restrictions, optimization limits according to the number of iterations or according to the integral of the emissions and valuation of the economic consequences of the solution.

Conclusions— The mathematical model and algorithm are quite simple in their application and are open for more complexity.

Keywords— Constrained optimization; air pollution; mathematical modeling; pollution norms; Nelder-Mead algorithm

I. INTRODUCCIÓN

Para las poblaciones grandes, incluyendo las grandes ciudades, es muy frecuente la unión de fuentes de emisiones de contaminación en zonas industriales de límites fijos. La presencia en las zonas industriales de decenas de fuentes de emisiones con diferentes ubicaciones es bastante realista. Entre las consecuencias de contaminación un aspecto muy difícil de manejar es la prevalencia de la contaminación fuera de las zonas industriales. Inclusive las áreas contaminadas pueden llegar a ser más extensas que las propias industriales. Frecuentemente las normas de contaminación no se cumplen, lo que lleva a los conflictos y a la búsqueda de soluciones del problema.

Mediante modelación, monitoreo o técnicas de pronósticos incorporadas en los algoritmos de optimización se puede analizar y ajustar el valor de los parámetros de propagación de polución para reducir el impacto negativo de las zonas industriales. El parámetro más importante en este caso es la potencia de los emisores y el criterio es la integral que agrupa la intensidad de la fracción transfronteriza de las emisiones generadas por las fuentes de la zona industrial. Si se aplica la discretización de zona, dicha integral puede determinarse numéricamente.

Ciertos trabajos [2] solucionaron el problema de optimizar la integral numérica de la función de emisiones de contaminación sujeto a las normas para diferentes zonas dentro del área industrial, mientras que en otras investigaciones [3] se realizó la optimización de la contaminación en áreas ubicadas fuera de las zonas industriales. En ambos casos fue necesario reformar todas las fuentes de emisión. Sin embargo, el cumplimiento de las reducciones correspondientes a la normatividad puede llevar a la pérdida de ingresos ya la elevación de los costos de producción. El algoritmo propuesto no solo permite optimizar la intensidad de emisiones [2], [3], sino también separa las fuentes en aquellas que se pueden ser reformadas y aquellas que no.

Teniendo en cuenta que las fuentes de contaminación no son homogéneas pues algunas pueden ser reformadas ilimitadamente, otras hasta cierto punto y otras no se pueden alterar, el objetivo del presente trabajo es la optimización rápida del modelo propuesto incluyendo la clasificación de estos tres subconjuntos de fuentes, así como la validación del modelo. La programación, los cálculos y las gráficas fueron realizados en MATLAB.

II. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

En una zona industrial de tamaño d funcionan N fuentes de contaminación. Dependiendo de la intensidad y las coordenadas de ubicación, las emisiones de todas o algunas fuentes forman las zonas de contaminación alrededor (exterior) de la zona industrial.

En el conjunto se encuentran las fuentes potencialmente activas pero las que permiten ser reformadas sin limitación alguna (incluyendo la opción de su cierre). El subconjunto consiste de fuentes que permiten su reforma parcial y en están las fuentes que no permiten ser reformadas o modificadas (o cuyas emisiones están concentrados en la zona industrial).

El modelamiento de emisiones de contaminación por si solo es un problema difícil que está en borde de diferentes disciplinas y sus cálculos requiere medios especiales [4], [5] y en este trabajo se recurrió a la utilización de funciones parabólicas, con la ventaja de que estas pueden ser reemplazadas por otras tipo Gauss, o neurofunciones, o por los datos de monitoreo o pronósticos.

De esta forma los parámetros de la función parabólica se consideran como parámetros de optimización buscando minimizar la integral de potencia de las emisiones transfronterizas de las zonas industriales.

Definiendo el problema se tiene que el volumen de paraboloides indica la potencia de emisiones de una fuente. En este caso la potencia total de emisiones de una zona industrial W en un periodo de tiempo definido no depende de las coordenadas de las fuentes y está dada por (1):

$$W = \pi \sum_{j=1}^N H_j^2 / 2a_j \quad (1)$$

Dónde:

H : Es el vector de las coordenadas del punto de emisión de contaminación.

a : Es el vector de los coeficientes de distribución de contaminación.

La potencia general de emisiones dentro de la zona industrial W_d (la integral numérica de la función) ya tiene en cuenta las coordenadas (2) de la ubicación de las fuentes:

$$W_d = \sum_{s=1}^{d_1 d_2} \sum_{j=1}^N (-a_j \mathbf{R}_{s,j}^2 + H_j) \quad (2)$$

Donde:

$s[X, Y]$: Los puntos discretizados de la malla de la zona industrial.

$R_{s,j}$: Matriz de distancias de las N fuentes hasta los puntos de la zona industrial (3).

$$\mathbf{R}_{s,j} = \sqrt{(\mathbf{tN}_{1,j} - X_s)^2 + (\mathbf{tN}_{2,j} - Y_s)^2} \quad (3)$$

Donde:

\mathbf{tN} : Es una matriz de las coordenadas de fuentes.

Una fuente j se considera activa para el punto s de una zona o área ligada si para su emisión máxima R_j^{\max} se cumple la desigualdad $R_{s,j} < R_j^{\max} = \sqrt{H_j/a_j}$.

El vector u es un parámetro de optimización para la reducción en el punto H dependiendo de actividad de las fuentes en las áreas adjuntas a la zona ($0 \leq u \leq 1$). H cambia los volúmenes de las parábolas de emisiones en forma no lineal.

Como función objetivo del problema de optimización se usa $Tr(u)$, que expresa la potencia general (integral) de la contaminación de las zonas adjuntas a zonas industriales presentada en (4) [3]:

$$Tr(u) \rightarrow \min_{u \rightarrow 1} \left(\pi \sum_{j=1}^N ((1-u_j)H_j)^2 / 2a_j - \sum_{s=1}^{d_1 d_2} \sum_{j=1}^N (-a_j \mathbf{R}_{s,j}^2 + (1-u_j)H_j) \right) \quad (4)$$

El problema se considera sin restricciones dado que tiene que reformarse todo el conjunto de fuentes.

Teniendo en cuenta los tres subconjuntos de fuentes considerados en este trabajo ($N1$, $N2$, $N3$) y el criterio (4) se formula el problema (5):

$$\begin{aligned} Tr(u) \rightarrow & \min_{u \rightarrow 1} \left(\frac{\pi}{2} \left(\sum_{i=1}^{N1} \frac{((1-u_i)H_i)^2}{a_i} + \begin{cases} \text{si } u_j \leq u_j^0, \sum_{j=1}^{N2} \frac{((1-u_j)H_j)^2}{a_j} \\ \text{en otro caso, } \sum_{j=1}^{N2} \frac{((1-u_j^0)H_j)^2}{a_j} \end{cases} \right. \right. \\ & \left. \left. + \sum_{k=1}^{N3} \frac{H_k^2}{a_k} \right) - \sum_{s=1}^{d_1 d_2} \left(\sum_{i=1}^{N1} (-a_i \mathbf{R}_{s,i}^2 + (1-u_i)H_i) \right. \\ & \left. + \begin{cases} \text{si } u_j \leq u_j^0, \sum_{j=1}^{N2} (-a_j \mathbf{R}_{s,j}^2 + (1-u_j)H_j), \\ \text{en otro caso, } \sum_{j=1}^{N2} (-a_j \mathbf{R}_{s,j}^2 + (1-u_j^0)H_j) \end{cases} \right. \\ & \left. \left. + \sum_{k=1}^{N3} (-a_k \mathbf{R}_{s,k}^2 + H_k) \right) \right) \quad (5) \end{aligned}$$

Donde:

u^0 : Es el vector de las potencias factibles en el conjunto restringido de fuentes.

El conjunto $N3$ puede contener las fuentes que producen insumos críticos, muy importantes o cuyas emisiones no salen de la zona industrial donde están ubicadas. Es decir, esas fuentes no van a ser tocadas por la optimización.

El proceso de optimización involucra el procedimiento local de Nelder- Mead [1] al que se le puede modificar el paso y es aplicable a la optimización multiparamétrica.

La minimización de (5) junto con el procedimiento de Nelder- Mead reduce sucesivamente la intensidad de las emisiones alrededor de cada zona transformando las fuentes restringidas en no reformadas. Para diferentes fuentes dichas transformaciones se alcanzan en diferentes iteraciones.

III. RESULTADOS NUMÉRICOS

En el experimento se utilizó un conjunto de parámetros de fuentes de contaminación obtenido aleatoriamente (Tabla 1): $N = 24$ ($N1[1 \dots 11]$, $N2[12 \dots 20]$, $N3[21 \dots 24]$); discretización de la malla $d = [1600, 800]$. El conjunto de parámetros dado se caracteriza con potencias no homogéneas de las fuentes y generan el vector de distancias de emisiones que es suficiente para ser implementado como criterio de optimización para (5).

Utilizando algunas recomendaciones estándares [6] se estableció como el intervalo de variaciones $\delta = 0.3$ por el parámetro u , y los valores de (5) en $N + 1$ puntos. Los cambios del criterio en los vértices de simplex se encuentran en la Tabla 3 y se caracterizan por su reducción permanente.

TABLA 1. PARÁMETROS INICIALES DE LOS FUENTES DE ZONAS.

Fuente	Subconjunto	u	H	$tN(1)$	$tN(2)$	a	R^{\max}
1	N1	0	7856	1550	515	0.0008	3132
2			5836	1276	361	0.0024	1547
3			2358	691	654	0.0034	829
4			2862	136	107	0.0028	1016
5			8572	279	311	0.0013	2577
6			996	1325	637	0.0018	735
7			5069	99	317	0.0021	1543
8			2226	841	331	0.0037	771
9			9386	1047	498	0.0012	2815
10			7037	467	383	0.0034	1449
11			5163	28	779	0.0027	1383
12	N2		4903	269	86	0.0019	1621
13			1269	595	159	0.0013	991
14			6765	782	270	0.0020	1827
15			1118	1516	729	0.0022	714
16			1374	87	585	0.0011	1131
17			5350	431	336	0.0025	1455
18			1597	874	747	0.0014	1068
19			7968	667	779	0.0019	2052
20			7963	482	556	0.0025	1782
21	N3		4112	1062	428	0.0028	1220
22			1060	1113	529	0.0030	591
Sx523			3777	286	153	0.0053	843
24			3026	1592	137	0.0029	1029

Fuente: Autores.

En la Fig. 1 se encuentra la ubicación inicial de los círculos de emisiones de las fuentes. Se ve que el área de emisiones transfronterizas es mucho más grande de las áreas de las mismas zonas industriales, aunque es muy difícil evaluar la función transfronteriza general.

Las potencias y ubicaciones de las fuentes influyen mucho en los radios de las emisiones. Para las fuente cercanas a la frontera las emisiones transbórdales están muy elevadas. Así que sin tener los criterios establecidos es muy difícil valorar las ventajas y desventajas de alguna planeación. De esta forma se justifica la optimización con el algoritmo propuesto.

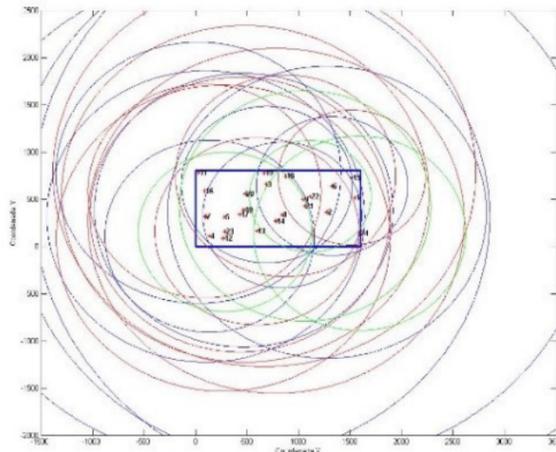


Fig. 1. Los niveles iniciales de la contaminación del área.
Fuente: Autores.

Se presentan como ejemplo del proceso de la optimización las iteraciones 91, 171 y 252 en la [Tabla 2](#). Los límites de para todos los subconjuntos de fuentes está definido por u^0 .

TABLA 2. PARÁMETROS DE LAS FUENTES DE ZONAS INDUSTRIALES CON OPTIMIZACIÓN.

Fuentes	u^0	Iteración 91			Iteración 171			Iteración 252				
		u	$(1-u)H$	R^{\max}	u	$(1-u)H$	R^{\max}	u	$(1-u)H$	R^{\max}		
1	1	0.446	4356	2332	0.880	945	1086	0.998	15	137		
2		0.265	4287	1326	0.558	2581	1029	0.769	1349	744		
3		0.260	1744	713	0.549	1062	556	0.763	559	403		
4		0.253	2137	878	0.538	1323	691	0.731	770	527		
5		0.387	5253	2018	0.716	2436	1374	0.959	348	519		
6		0.257	740	634	0.527	471	505	0.699	300	403		
7		0.266	3723	1323	0.502	2527	1090	0.757	1230	760		
8		0.261	1646	663	0.518	1072	535	0.746	565	389		
9		0.442	5240	2103	0.639	3388	1691	1	0	0		
10		0.243	5328	1261	0.595	2852	922	0.827	1219	603		
11		0.283	3701	1171	0.592	2105	883	0.858	731	520		
12	0.08	0.074	4539	1559	0.077	4524	1557	0.065	4586	1568		
13	0.17	0.170	1053	903	0.154	1073	911	0.144	1087	917		
14	0.35	0.350	4397	1473	0.343	4443	1480	0.330	4529	1495		
15	0.12	0.120	984	670	0.106	1000	675	0.092	1015	680		
16	0.26	0.260	1017	973	0.231	1056	992	0.208	1088	1007		
17	0.14	0.136	4623	1352	0.130	4655	1357	0.118	4721	1367		
18	0.43	0.300	1118	893	0.419	928	814	0.387	978	835		
19	0.37	0.309	5507	1706	0.356	5135	1647	0.359	5109	1643		
20	0.19	0.190	6450	1604	0.173	6587	1621	0.168	6624	1625		
21	0		4112	1220	0	4112	1220	0	4112	1220		
22			591	1060			1060		591		591	1060
23			843	3777			3777		843		843	3777
24			1029	3026			3026		1029		1029	3026

Fuente: Autores.

En la iteración 91 se obtiene una disminución significativa (alrededor de 60%) de la contaminación en el área cercana a la zona industrial. El parámetro u obligó la disminución máxima para las fuentes 1, 5 y 9 lo que redujo sus radios de emisiones. Los fuentes menos potentes como 3, 4, 6, 8 obtuvieron la disminución más pequeña de u .

En el subconjunto $N2$ para la iteración 91 varias fuentes ya llegaron a su disminución máxima, son las fuentes 13-16 y la 20 (indicadas con negrilla). En subconjunto $N3$ no se ven las reducciones de la contaminación. Los resultados de la iteración 91 demuestran muy bien la funcionalidad del algoritmo presentado.

En la iteración 171 se observa el aumento del valor de u para subconjunto de fuentes $N1$, y como consecuencia de eso, la disminución R^{\max} del vector de dispersión y del valor $Tr(u)$ (alrededor de 80%). Las primeras fuentes para la reducción son 1, 5 y 9. Para el subconjunto $N2$ el vector u en suma conserva sus reducciones.

Los datos de la [Tabla 3](#) muestran que el autoaprendizaje ocupa hasta aproximadamente 10% de las iteraciones. Antes del aprendizaje el número de las fuentes reformadas es $< N1 + N2$, después este valor se estabiliza en su límite $N1 + N2$.

TABLA 3. FRECUENCIAS DE LAS FUENTES DE REFORMACIONES EN ITERACIONES 1 – 252.

Fuentes	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Frecuencias	15	22	13	20	18	20	18	19	17
Iteraciones	8..131	14..118	91..134	13..117	74..116	7..124	115..158	106..153	5..106

Fuente: Autores.

En la iteración 252 las fuentes de subconjunto $N1$ son prácticamente controladas ($u = 0.7 - 1$). Entonces, los radios de emisiones disminuyeron significativamente en comparación con la situación original. El criterio se redujo por lo menos en 85%. En concreto, a la fuente 9 (el más fuerte en este conjunto y central) se le recomendó terminar su actividad dentro de zona industrial.

En todas las iteraciones incluyendo la última, junto con el criterio se tiene la disminución del área total contaminada ([Fig. 1](#), [Fig. 2](#)). El criterio no requiere su definición lo que facilita los cálculos y es una ventaja del algoritmo.

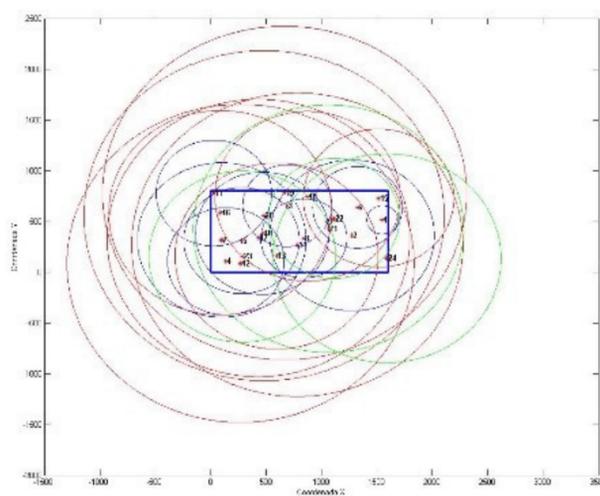


Fig. 2. Dispersión de polución de las fuentes de zona industrial con optimización (iteración 252).

Fuente: Autores.

En la [Fig. 2](#) se ven las zonas de emisiones en la última iteración. Las diferencias con la [Fig. 1](#) son notorias pero no brindan mucha información sobre las diferencias integrales de poluciones transfronterizas. En la [Fig. 3](#) se observa la memoria del algoritmo respecto de condiciones para el conjunto $N2$. El coloreado de mapas permite diferenciar los resultados de la optimización en diferentes iteraciones, las emisiones de las fuentes están en color azul, en color rojo y en verde. Se ve que la optimización realizada llevó a disminución significativa de polución transfronteriza de zona ([Fig. 4](#) y [Fig. 5](#)).

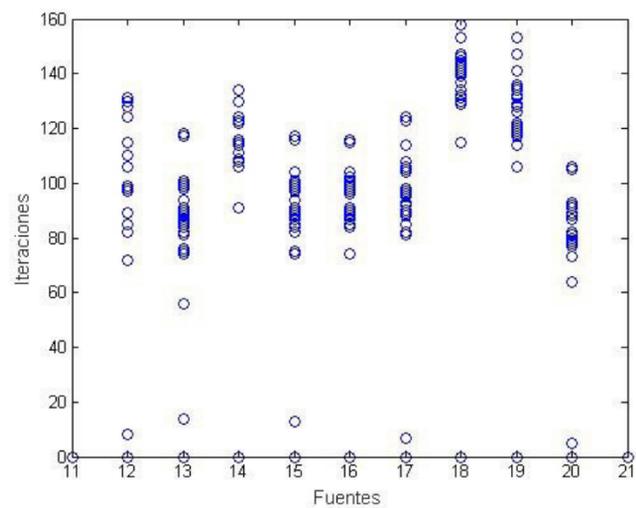


Fig. 3. Iteraciones donde el algoritmo recuerde límites de condiciones para conjunto .
Fuente: Autores.

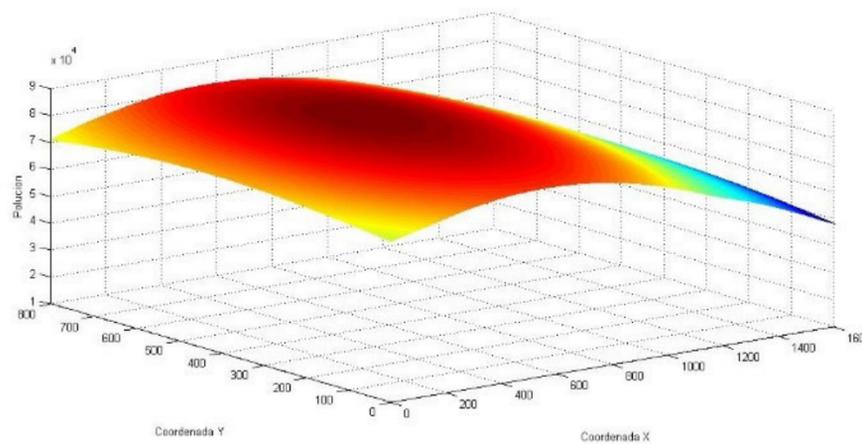


Fig. 4. Función de contaminación inicial de zona industrial.
Fuente: Autores.

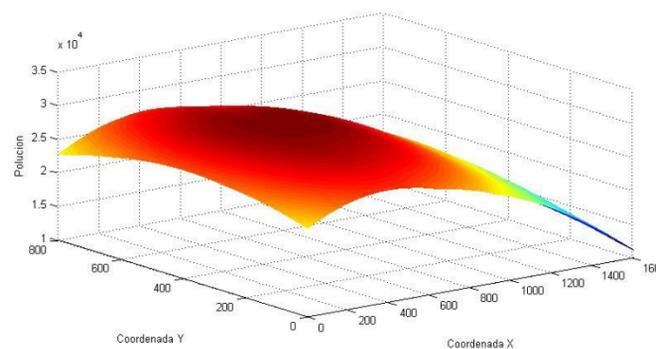


Fig. 5. Función de contaminación de zona industrial después de optimización (iteración 252).
Fuente: Autores.

Con la optimización se dio cuenta que primero “se apagan” las fuentes más potentes o las con áreas grandes emisiones. Además, con las iteraciones, las emisiones restantes llegan a pasar hacia fuentes N_2 . Las emisiones de conjunto no presentaron cambios. Se puede afirmar que para cada tipo de problema existe el valor de criterio $Tr(u)$ diferente de cero.

La minimización de criterio $Tr(u)$ (Tabla 3) muestra que en las iteraciones la contaminación general (parte izquierda de (5)) disminuye más rápido que la polución en las fronteras de las zonas industriales (parte derecha de (5)). Usualmente eso corresponde a las normas más altas de ecología de regiones alrededor de zonas industriales y a los mejores valores económicos si esos últimos se formularon.

El parámetro u al principio de optimización es igual y muestra el criterio $Tr(u_1=0, u_2=0, u_3=0)$ (Tabla 4, columna 1). El valor máximo de criterio se alcanza con diferente u y es igual $Tr(u_1=1, u_2=u^0, u_3=0)$. La igualdad $u_1=1$ significa que las fuentes de conjunto $N1$ tienen que terminar su actividad completamente.

TABLA 4. CAMBIO DE CRITERIO DE OPTIMIZACIÓN (5) CON LAS ITERACIONES.

Iteraciones	0	1	11	21	31	41	51	61	71	81
Tr(u)*E(-6)	506164	462837	450444	410700	373259	348408	311089	280850	256495	229967
Iteraciones	91	101	111	121	131	141	151	161	171	181
Tr(u)*E(-6)	206759	188763	172377	152282	141817	136974	119840	111888	110134	100425
Iteraciones	191	201	221	231	241	251	252			
Tr(u)*E(-6)	96256	93406	94211	89374	87822	85800	85664			

Fuente: Autores.

La optimización se mejora si: las fuentes más potentes se ubican cerca de los límites de zona industrial, si las emisiones transbórdales por su intensidad o por su tamaño superan significativamente las demás emisiones dentro de la zona industrial, y si hay más fuentes con las funciones de emisión con forma de plato volteado y no de campana. Es muy frecuente que las emisiones tienen formas no estándares, en este caso se pueden generar las funciones correspondientes usando, por ejemplo, redes neuronales [7]. El algoritmo propuesto funciona incluso en los casos cuando los límites de zonas industriales son de cualquier carácter, aunque debe cumplirse que sean fijas. En esos casos ya es más difícil la elección de puntos de cada zona.

Si se considera el problema de ubicación de zonas industriales adicionales, entonces se pueden “mover” no solo con fronteras sino también con criterios óptimos de emisiones o áreas transbórdales. Eso mejora su compatibilidad con la infraestructura alrededor, para cual las normas ecológicas pueden ser bastante diferentes o muy fuertes (restrictivas).

En comparación con (4), el algoritmo de minimización (5) realiza la reducción más significativa de las fuentes faltantes, dado que su cantidad puede disminuirse.

La ecología industrial tiene dentro de sus propósitos reducir el conflicto entre la contaminación por emisiones múltiples y el bienestar ecológico de las áreas adyacentes. En un modelo unificado, es difícil responder de inmediato a todas las preguntas de predicción de la contaminación, más aún con tantos criterios que son de interés para diferentes especialistas: diseñadores de infraestructura y ambientalistas, por lo tanto, hay que recurrir a modelos locales para pronosticar u optimizar criterios que involucre contaminación. Por primera vez, este trabajo evalúa los niveles de contaminación alrededor de las zonas industriales según la ubicación de las fuentes de emisión dentro de dichas zonas y la controla reduciendo la capacidad de las fuentes. En trabajos futuros, es posible formular el problema del control de la contaminación fuera de las zonas industriales optimizando las coordenadas de las fuentes dentro de estas zonas, pero sin reducir sus capacidades.

IV. CONCLUSIONES

El algoritmo propuesto, además de encontrar la contaminación elevada, al mismo tiempo maneja las fuentes como reformadas y no reformadas. También, el método no requiere el cálculo de las áreas de transbordo de las emisiones, lo que facilita los cálculos.

El programa que se realizó en MATLAB para implementar el algoritmo tiene como características: permite la elección del tamaño de zonas industriales, la ubicación de industrias con las fuentes condicionales y sin restricciones, límites de optimización según el número de iteraciones o según la integral de las emisiones, valoración de las consecuencias económicas de la solución.

El modelo matemático y algoritmo son bastante sencillos en su aplicación y están abiertos para más complejidad. El modelo propuesto permite más complejidad de los parámetros iniciales de las zonas industriales, como, por ejemplo, introducción de fronteras curvilíneas, el cambio de criterios de optimización entre otros.

REFERENCIAS

- [1] J. A. Nelder y R. A. Mead, “A simplex method for function minimization”, *Comp Jour*, vol. 7, no. 4, pp. 441–461, 1965. <https://doi.org/10.1093/comjnl/7.4.308>
- [2] Autores, 2017
- [3] Autores, 2018
- [4] O. V. Lozhkina, V. V. Popov & A. D. Kuznetsova, “Analysis of the physic-mathematical models atmospheric diffusion for estimation of the influence”, *vestnik*, no. 1, pp. 59–66, 2012. Available: <https://cyberleninka.ru/article/n/analiz-fiziko-matematicheskikh-modeley-atmosfernoy-diffuzii-primenitelno-k-otsenkam-vozdeystviya-avtotransporta-na-gorodskuyu-sredu>
- [5] A. B. Belikhov, D. L. Legotin & A. K. Sukhov, “Modelos modernos computacionales de difusión de polución en la atmosfera”, *vestnik*, no. 1, pp. 14–19, 2013. Available: <https://cyberleninka.ru/article/n/sovremennye-kompyuternye-modeli-rasprostraneniya-zagryaznyayuschih-veschestv-v-atmosfere>
- [6] B. Y. Kuritskiy, *Optimizacion alrededor de nosotros*. MO, URSS: Ingeniería mecánica, 2018.
- [7] Autores, 2015.

Alina Fedossova. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá, D.C. (Colombia). <https://orcid.org/0000-0003-4944-633X>

Oscar Yecid Buitrago Suescún. Universidad Militar. Bogotá, D.C. (Colombia). <https://orcid.org/0000-0002-5064-3624>

Valery Fedosov. <https://orcid.org/0000-0001-6586-6145>