

# Estimación de la cinemática de las articulaciones de miembro inferior por medio del filtro de Kalman extendido

## Kinematic estimation of the lower limb joints using the extended Kalman filter

DOI: <http://doi.org/10.17981/ingecuc.16.1.2020.19>

Artículo de Investigación Científica. Fecha de Recepción: 03/04/2019. Fecha de Aceptación: 23/01/2020

**Oscar Andrés Vivas Albán** 

Universidad del Cauca. Popayán (Colombia)  
avivas@unicauca.edu.co

**Deisy Carolina Valencia Chacón**

Universidad del Cauca. Popayán (Colombia)  
devalencia@unicauca.edu.co

**Katherin Julieth Quijano Guzmán** 

Universidad del Cauca. Popayán (Colombia)  
Kajuquiguz1790@gmail.com

**Vincent David Bonett** 

Université Paris Est Créteil. Paris (Francia)  
bonnet.vincent@gmail.com

Para citar este artículo:

O. Vivas Albán, D. Valencia Chacón, K. Quijano Guzmán y V. Bonett "Estimación de la cinemática de las articulaciones de miembro inferior por medio del filtro de Kalman extendido", INGE CUC, vol. 16, no. 1, pp. 252–266, 2020. DOI: <http://doi.org/10.17981/ingecuc.16.1.2020.19>

### Resumen

**Introducción**– Este documento describe el uso del filtro de Kalman extendido utilizando sensores inerciales (IMU), con el fin de realizar la identificación de los parámetros cinemáticos de la marcha humana a un bajo costo.

**Objetivo**– Evaluar un método eficiente y de bajo costo para identificar los parámetros de la cinemática de la marcha humana.

**Metodología**– Se obtuvo el modelo matemático de los miembros inferiores de un ser humano, al cual se le incluyeron cuatro sensores inerciales (IMU). Se tomaron datos reales que fueron introducidos al modelo con el fin de identificar los parámetros cinemáticos. Se utilizó también un sistema óptico VICON con el fin de comparar los resultados obtenidos a partir del filtro de Kalman extendido.

**Resultados**– Los resultados obtenidos de la estimación de parámetros de la marcha humana con el método del filtro de Kalman Extendido, fueron comparados con el método tradicional utilizando un costoso sistema VICON, obteniéndose resultados similares.

**Conclusiones**– El uso del filtro de Kalman extendido permite identificar de manera fácil los parámetros cinemáticos de la marcha humana para ser utilizados en la evaluación de protocolos de tratamiento.

**Palabras clave**– Identificación paramétrica; filtro de Kalman extendido; marcha humana; sensores inerciales; parámetros cinemáticos

### Abstract

**Introduction**– This paper describes the use of the extended Kalman filter using inertial sensors (IMUS) in order to identify the kinematic parameters of the human gait at a low cost.

**Objective**– To assess an efficient method at a low cost to identify the kinematic parameters of the human gait.

**Methodology**– A mathematical model of the lower limb of the human body was obtained, including four inertial measurement units (IMU). Real data were measured and introduced to the model with the purpose to identify the kinematic parameters. A VICON optical system was also used to compare the results obtained from the extended Kalman filter.

**Results**– The kinematic parameters identified with the extended Kalman filter method were compared to those obtained with an expensive optical VICON system, producing similar results.

**Conclusions**– The use of the extended Kalman filter allows identifying easily the kinematic parameters of the human gait, to be used later in the evaluation of treatment protocols.

**Keywords**– Parametric estimation; extended Kalman filter; human gait; inertial measurement units; kinematic parameters



## I. INTRODUCCIÓN

En la actualidad se evidencia la necesidad de involucrar sistemas tecnológicos en temas relacionados con la rehabilitación, debido al creciente número de personas que presentan discapacidades motoras, las cuales implican una disminución en la calidad de vida de los individuos [1]. La necesidad de caracterizar el movimiento humano ha llevado a los investigadores a mejorar los sistemas de análisis existentes y a desarrollar nuevos dispositivos de seguimiento [2], ayudando en el proceso de rehabilitación a las personas que padecen tales limitaciones para que puedan integrarse nuevamente a la comunidad y puedan ejercer sus actividades normalmente.

La estimación de los parámetros de la marcha humana es un análisis cuantitativo que calcula la posición espacial del cuerpo y de las articulaciones que intervienen durante el movimiento, con respecto al tiempo. Esto es importante para obtener las diferentes relaciones que se presentan a un experto en forma de reporte clínico o por medio de una representación virtual, permitiéndole determinar patologías no detectables a simple vista. Esta herramienta se utiliza en la rehabilitación facilitando el diagnóstico, tratamiento, seguimiento e implementación de métodos de intervención en patologías asociadas con el movimiento como las afecciones musculoesqueléticas que afectan tanto a los miembros superiores como inferiores [3], y los síndromes posturales que se vislumbran mediante escaneo visual de patrones de marcha anormal [4].

Para el análisis de la marcha es necesario contar con un sistema de captura de movimiento que cuente con protocolos estandarizados, el cual permita obtener los parámetros de interés de forma confiable y eficaz, extrayendo información cuantitativa y más verídica que la obtenida con la simple observación de los eventos [5]. Generalmente en los laboratorios se obtienen los datos de la cinemática de un solo paso, cuando sería ideal tener la información estadística de más pasos para asegurar un patrón más típico. Para esto es recomendable que el paciente tenga suficiente espacio para realizar más de un ciclo completo y tener la posibilidad de promediar los datos de diferentes recorridos. Por otra parte, durante la adquisición se debe tener en cuenta el proceso de calibración, ya que como en la mayoría de sistemas se debe ser estricto en el cumplimiento de los parámetros especificados por el fabricante con el fin de asegurar calibraciones adecuadas. Así mismo, el posicionamiento de los marcadores es otro punto crítico y una fuente considerable de errores en los parámetros, por lo que se utilizan marcadores adheridos a la piel en puntos anatómicos de referencia teniendo en cuenta que se debe permitir al paciente realizar su marcha libremente, de modo que se pueda registrar la información de manera confiable, para que sea posteriormente contrastada con la información de la cinemática en todas las fases del ciclo de la misma [33].

El movimiento humano ha sido medido por sistemas magnéticos, ópticos, acústicos y mecánicos, pero todos estos sistemas tienen limitaciones inherentes, debido a perturbaciones electromagnéticas, problemas de oclusión, ruido, y restricciones físicas que limitan el movimiento natural del cuerpo, respectivamente [6]. Adicionalmente, se ha hablado sobre la estereofotogrametría y las plataformas de fuerza como métodos que han sido ampliamente utilizados en la estimación de los parámetros involucrados en la marcha humana, pero al igual que otros procedimientos de medición usados tradicionalmente generan gran incomodidad a los participantes en el proceso de adecuación del equipo y en la posterior toma de datos, limitando la autonomía del usuario y haciendo que altere sus patrones de caminata, lo cual genera valores incorrectos de los parámetros involucrados [7]. De la misma forma los altos costos de los equipos utilizados condicionan la capacidad de ciertos individuos o instituciones de salud para acceder a ellos, ya que además de su alto valor monetario están ubicados en laboratorios especializados. Últimamente se han desarrollado varios estudios donde se resalta otra forma de hallar estos parámetros de una manera más sencilla, utilizando sistemas inerciales [8], regresiones basadas en procesos gaussianos con acelerómetros y giroscopios en el cuerpo para el análisis de la marcha libre [9], y la combinación de cámaras visuales pasivas junto con dichos sensores para garantizar un mejor seguimiento [10]. La disponibilidad de estos dispositivos inerciales portátiles que contienen acelerómetros y

giróscopos ha proporcionado un método alternativo para superar las limitaciones de otros sistemas de captura de movimiento debido a su facilidad de uso, robustez y pequeño tamaño. Una de las principales ventajas que presentan es que no se tienen problemas de oclusión, son económicos y permiten realizar el movimiento de monitoreo fuera de un laboratorio. Sin embargo estos sistemas presentan también inconvenientes relacionados con la precisión en las mediciones y problemas computacionales en la estimación de los ángulos y las trayectorias, debido a un pequeño error o deriva en la velocidad angular medida que conduce a grandes errores de integración [11], restringiéndose el tiempo de seguimiento a solo unos segundos. Esto hace que no sea posible calcular los cambios en la orientación mediante la integración de la velocidad angular, haciéndose necesaria la utilización de filtros que ayuden en la minimización de dichas inexactitudes.

Por lo anterior, en este artículo se presenta la aplicación del método de filtro de Kalman Extendido (EKF) [12], utilizando sensores inerciales para realizar la identificación de los parámetros de la cinemática de la marcha humana a un bajo costo, representando la misma eficiencia que los métodos empleados comúnmente.

## II. REVISIÓN LITERARIA

### A. Métodos para la estimación de los parámetros de marcha

Para obtener los parámetros de la marcha humana existen varios equipos que se pueden elegir con el fin de lograr evaluarla cuantitativamente. Teniendo en cuenta que existen diferentes tipos de parámetros, los cuales pueden ser espacio temporales, cinemáticos, cinéticos o complementarios, es importante definir cuáles serán los parámetros de interés según el tipo de estudio que se desee realizar o el tipo de pacientes que desee estudiarse.

Los parámetros espacio – temporales se pueden obtener mediante la utilización de cintas métricas, cronómetros y un análisis visual sistemático [13], [14]. Las diferentes herramientas como la dinamometría, acelerometría, ultrasonido, goniometría digital, sistemas de análisis en dos y tres dimensiones, entre otros, se emplean hoy en día para la obtención de información cuantitativa, la cual hace que el estudio sea más confiable y se logre obtener un mejor análisis de los parámetros cinemáticos y cinéticos [15].

Tradicionalmente se han empleado sistemas de captura de movimiento para estudiar la actividad humana, los cuales presentan ciertos inconvenientes dentro de los que se destacan sus altos costos y la alta oclusión que padecen [16], por lo que en la actualidad hay una mayor disponibilidad de sistemas inerciales como medio alternativo para superar las limitaciones de los sistemas de captura de movimiento [17].

Cabe resaltar que los diversos procedimientos propuestos buscan desarrollar y evaluar un método que permita la identificación rápida y fiable de los parámetros inerciales de los segmentos corporales [18]. Así se destaca la aplicación de diversos métodos [19], [20], [21], entre los cuales sobresale el uso de sistemas basados en fusión de acelerómetros y giróscopos [22], [23], técnicas de fotogrametría [1], [24], y aplicación de estereofotogramas y placas de fuerza como medios para lograr la determinación en tiempo real de los ángulos de las articulaciones, las velocidades, las aceleraciones y el torque de las articulaciones de un ser humano, además de las longitudes de segmentos específicos y parámetros inerciales.

#### A.1. Sistemas basados en sensores

##### 1) Sistemas basados en sensores

Debido a que las implementaciones de las técnicas de control se encuentran limitadas por la variación sustancial de los parámetros estimados respecto a los valores reales, como consecuencia del desconocimiento que se tiene acerca de las variables que definen la dinámica del sistema a controlar y del efecto del ruido [25], se requiere de filtros que ayuden en la minimización de los errores en los resultados provenientes de los sensores, que son afectados por perturbaciones externas.

En este sentido uno de los filtros comúnmente empleados es el Filtro de Kalman, el cual es un algoritmo que ha sido utilizado para realizar estimaciones de manera precisa y eficiente de los parámetros de velocidad y orientación del cuerpo humano [9], mediante el análisis de la regresión de procesos gaussianos incluso de señales con ruido aleatorio [26].

Raisch y Schauer [8] presentan una metodología para la estimación en tiempo real de los parámetros de los sistemas dinámicos lineales desconocidos mediante el filtro de Kalman, desarrollando y validando un método para la medición precisa de la orientación de los segmentos del cuerpo humano, utilizando una unidad de medición inercial (IMU), a la vez que Jiang y Zin [10] complementan dicha teoría proponiendo adicionalmente la utilización de cámaras visuales pasivas junto con los sensores para garantizar un mejor seguimiento.

Por otra parte, Vathsangam et al. [9] realizan la combinación de señales de giróscopos y acelerómetros con el fin de obtener una estimación de la orientación que sea precisa y libre de deriva, demostrando que el uso de giroscopios reduce el error de las estimaciones, con lo cual se mejora la precisión de la predicción de los parámetros en comparación a los casos donde se utilizan únicamente acelerómetros.

Finalmente, Chen y Liao [27] describen un método para obtener los estados de la articulación de la rodilla, basándose en la propuesta de un exoesqueleto que realiza la medición de los ángulos de dicha articulación a través de un potenciómetro, y su fuerza de reacción con el suelo por medio de dos sensores ubicados en las partes delantera y trasera de la suela del pie.

## A.2. Técnicas de Fotogrametría

### 1) Técnicas de fotogrametría

La fotogrametría es una de las técnicas más usadas para el análisis de la cinemática de las articulaciones de miembro inferior durante el proceso de marcha. Dicho esto, es importante mencionar que en análisis cinemático de la marcha es la descripción de los detalles del movimiento humano sin tener en cuenta las fuerzas internas o externas que lo causan [28].

La idea central del uso de equipos de fotogrametría es la obtención de los parámetros de velocidad, aceleración y posición, permitiendo evaluar la marcha de forma cuantitativa y más confiable frente a otros métodos [5].

A pesar de las ventajas que presenta esta técnica, se tienen dos grandes falencias que se han identificado durante el proceso de medición, las cuales tienen que ver con los movimientos relativos entre los marcadores y los huesos, y la incertidumbre existente en cuanto a la posición de los marcadores externos con respecto a los puntos óseos internos [29]. Por tal motivo aún se están realizando investigaciones con el fin de mejorar la eficiencia del método propuesto en la estimación de los parámetros involucrados en la marcha.

Los errores en las medidas de los sistemas fotogramétricos debido al movimiento entre la piel y el hueso se compensan implementando algoritmos basados en la relación rígida existente entre los marcadores [30].

Prakash et al. [28] exponen el desarrollo de un sistema de videografía automático para facilitar el proceso de detección de los marcadores, ya que es un procedimiento muy lento y engorroso. En este sentido se propone separar el sistema en tres bloques principales: filmación, digitalización y procesamiento por software, los cuales son independientes y se comunican continuamente entre sí mediante protocolos y especificaciones técnicas.

Mientras que Cooper et al. [18] realizan un experimento por el método de videogrametría con el fin de analizar el movimiento bidimensional en un entorno que cuenta con una cámara de video digital, la cual se encuentra de forma estática paralela a la persona objeto de análisis, capturando su marcha sagital. En diferentes posiciones anatómicas del miembro inferior de dicha persona se ubicaron los marcadores reflectivos que facilitaron la identificación de estos puntos. Luego se captura y procesa el video donde se detectan cada uno de los marcadores en la imagen, se aplica el modelo cinemático y se visualiza el valor de los ángulos articulares de los miembros inferiores, para finalmente encontrar las curvas articulares a lo largo del ciclo de la marcha. Al concluir el experimento se evidencia que las curvas articulares prácticas se asemejan a las teóricas.

### A.3. *Combinación de estereofotogrametría y plataformas de fuerza*

Para tener un mayor rango de análisis se combinan las plataformas de fuerza para hallar el parámetro cinético de la marcha humana. Simultáneamente se realiza la obtención de los parámetros cinemáticos los cuales serán facilitados por un sistema de estereofotogrametría. Con esta unión se obtiene una mejor aproximación de los diferentes parámetros en todas las fases del ciclo de la marcha [31].

Las gráficas cinéticas de las fuerzas de reacción permiten analizar aspectos del patrón como la las fuerzas de reacción al suelo vertical y horizontal (antero-posterior y medio-lateral). La cinética permite también analizar la inclinación, anterior, posterior o neutra de todo el cuerpo, que presenta el sujeto al caminar [5].

Este método se estudia actualmente en Francia, con el fin de integrar las trayectorias tomadas con un sistema de estereofotogrametría y una plataforma de fuerza, empleando marcadores que son ubicados en diferentes segmentos del miembro inferior del cuerpo humano, con el fin de crear vectores adyacentes que posteriormente sean usados en el cálculo de los ángulos de las articulaciones.

Teniendo en cuenta lo anterior se llevó a cabo el proyecto cuyos resultados se muestran en este documento. Dicho proyecto fue llevado a cabo en el Laboratorio de Imágenes, Señales y Sistemas Inteligentes (LISSI) de la Université Paris-Est Créteil en Francia, y se basa en la estimación de los parámetros cinemáticos de la marcha humana aplicando el concepto del filtro de Kalman Extendido mediante el uso de sensores de bajo costo [6], [7]. Teniendo en cuenta el auge que tienen los sistemas de estereofotogrametría en el estudio de la cinemática del cuerpo humano, se definió su utilización para llevar a cabo la medición de los ángulos articulares generados durante la marcha humana, y así efectuar la validación con el sistema propuesto con el filtro. Para realizar la captura de movimiento se utilizó un sistema de cámaras VICON presente en la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito de Bogotá, el cual permitió validar el algoritmo desarrollado en Francia.

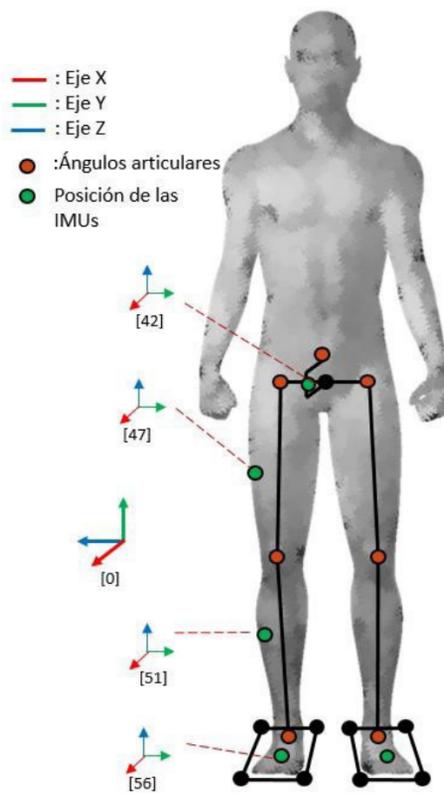
## III. METODOLOGÍA

### A. *Modelado y ubicación de los sensores*

En el presente estudio se efectuaron 5 recolecciones de datos usando 4 sensores inerciales Xsens MTi y los marcadores del sistema VICON simultáneamente, sobre un mismo sujeto de prueba, que en este caso fue una mujer de 23 años sin ningún tipo de patología de movimiento y en adecuadas condiciones físicas, ya que se buscaba analizar un patrón de marcha que fuera lo más normal posible para garantizar una correcta recolección de datos.

Cabe resaltar que el análisis aquí descrito se desarrolló tomando como base varios ciclos de marcha (fases de apoyo y balanceo repetitivas) llevados a cabo durante un lapso de aproximadamente 30 segundos, para cada una de las 5 recolecciones de datos mencionadas previamente. Sin embargo en los resultados se muestran las gráficas correspondientes a lapsos de 400 ms debido a la gran demanda de recursos computacionales que habría representado el hecho de procesar todo el recorrido, y porque finalmente al hacer el análisis de periodos cortos se puede vislumbrar con mayor claridad la comparación realizada entre los valores de los ángulos articulares estimados con el método propuesto y los medidos por el VICON, lo cual se observará posteriormente en la sección IV, donde se detallan los resultados obtenidos.

Dicho lo anterior, se aclara que los sensores inerciales Xsens MTi se ubicaron como se observa en la Fig. 1, con el fin de validar los valores cinemáticos de la marcha para una pierna. Dichos sensores fueron ubicados en la pelvis, y el muslo, la pierna y el pie del hemicuerpo derecho, obteniéndose las aceleraciones lineales y velocidades rotacionales por medio del software MT Manager 4.8.



**Fig. 1.** Modelo del miembro inferior con los Xsens MTi.  
Fuente: Autores.

Posteriormente los valores cinemáticos obtenidos fueron ingresados a Matlab donde se tiene implementado un Filtro de Kalman Extendido (EKF), el cual logra realizar la estimación de los ángulos de las articulaciones.

El movimiento del cuerpo humano es un sistema altamente no lineal y se requiere el uso de un filtro que logre satisfacer las necesidades del modelo, como lo es el Filtro de Kalman Extendido (EKF). Para este filtro se tuvieron en cuenta como medidas del modelo, las aceleraciones lineales y velocidades rotacionales que se obtienen de los sensores inerciales. Las variables que se buscan calcular son los ángulos articulares del modelo del miembro inferior. Con el fin de obtener una mayor precisión, esos ángulos fueron reemplazados por una serie de Fourier de 4 armónicos (1), donde  $q$  hace referencia a la variable articular.

$$q(t) = a_0 + \sum_{i=1}^n [a_i \cos(2i\pi * wt) + b_i \sin(2i\pi + wt)] \quad (1)$$

Para que el sistema fuera óptimo se llevó a cabo un análisis que permitiera determinar el número mínimo de armónicos  $n$  necesarios para tener un error de diferencia cuadrática mínima, es decir, un buen ajuste. El número mínimo de armónicos fue hallado en Matlab, donde se evidenció que con cuatro armónicos se realiza una buena estimación del sistema.

#### A.1. Filtro de Kalman extendido

El algoritmo del Filtro de Kalman Extendido se puede representar por los mismos pasos recursivos del Filtro de Kalman lineal: predicción y actualización, con la diferencia de que al aplicarse sobre un sistema no lineal, se debe realizar una linealización (linealización de Taylor) en la parte de la predicción para cada estimación del estado, aplicando las fórmulas observadas en (2) a (5). Estas ecuaciones son matrices jacobianas que están formadas por las derivadas parciales de primer orden de una función. Una de las aplicaciones más interesantes de esta matriz es la posibilidad de aproximar linealmente la función en un punto. En este sentido, la jacobiana representa la derivada de una función multivariable.

Así que  $F$  será la jacobiana de la función de estado  $f$  respecto al estado  $x$  (2):

$$F_{[i,j]} = \frac{\partial f_{[i]}}{\partial x_{[j]}}(\hat{x}_{k-1:k-1}, u_k, 0) \quad (2)$$

$W$  será la jacobiana de la función de estado  $f$  respecto al ruido en el modelo  $w$  (3):

$$W_{[i,j]} = \frac{\partial f_{[i]}}{\partial w_{[j]}}(\hat{x}_{k-1:k-1}, u_k, 0) \quad (3)$$

$H$  será la jacobiana de la función de salida  $h$  respecto al estado  $x$  (4):

$$H_{[i,j]} = \frac{\partial h_{[i]}}{\partial x_{[j]}}(\hat{x}_{k:k-1}^0) \quad (4)$$

$V$  será la jacobiana de la función de salida  $h$  respecto al ruido en el sensor  $v$  (5):

$$V_{[i,j]} = \frac{\partial h_{[i]}}{\partial v_{[j]}}(\hat{x}_{k:k-1}^0) \quad (5)$$

A continuación se explican los dos pasos que se mencionaron anteriormente para el Filtro de Kalman Extendido:

1. *Predicción:* En la fase de predicción se realiza el cálculo del estado actual (6) y de la covarianza del error (conocida como  $P$ ) a partir de la covarianza del error en el instante anterior (7).

$$\hat{x}_k = f(\hat{x}_{k-1}, u_k) \quad (6)$$

$$\hat{P}_k = F_{k-1} \hat{P}_{k-1} F_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (7)$$

2. *Actualización:* Para la fase de corrección del Filtro de Kalman Extendido, también se realiza la actualización de la ganancia de Kalman usando la covarianza del error calculada en la fase de predicción (9). Se actualiza la covarianza del error ("P") con la ganancia de Kalman y la covarianza del error calculada en el instante anterior (10), y así se toman las medidas y se corrige la estimación del estado calculado previamente (12).

$$S_k = H_k \hat{P}_{k:k-1} H_k^T + R_k \quad (8)$$

$$K_k = \hat{P}_k H_k^T S_k^{-1} \quad (9)$$

$$\hat{P}_{k:k} = (I - K_k H_k) \hat{P}_k \quad (10)$$

$$\hat{y}_k = y_k - h(\hat{x}_{k:k-1}) \quad (11)$$

$$\hat{x}_{k:k} = \hat{x}_{k:k} + K_k \hat{y}_k \quad (12)$$

Donde se tiene que:

$u_k$ : Vector de control.

$P_k$ : Matriz de covarianza de las estimaciones del error en el instante  $k$ .

$Q_k$ : Matriz de covarianza del ruido del proceso en el instante  $k$ .

$R$ : Covarianza del ruido de medida.

$x_k$ : Vector de estados.

$w_k$ : Ruido del modelado.

$z_k$ : Vector de medida.

$v_k$ : Ruido de la medición.

$k$ : Índice de tiempo.

$G_k$ : Matriz de ganancia de Kalman en el instante  $k$ .

$F_k$ : Matriz jacobiana del proceso.

$H_k$ : Matriz jacobiana medida por el sensor.

El vector de estado requerido para estimar el movimiento humano del miembro inferior, es el siguiente (13):

$$x = (\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) \quad (13)$$

El cual se encuentra compuesto por los ángulos articulares ( $\theta$ ), su primera derivada ( $\dot{\theta}$ ) y su segunda derivada ( $\ddot{\theta}$ ).

La información que se le ingresa al filtro son los datos de medición, es decir los parámetros que se pueden obtener por un instrumento de medición, en este caso los Xsens MTi. Con ayuda de estos sensores inerciales se encuentran las aceleraciones lineales y las velocidades rotacionales.

## A.2. Definición del modelo cinemático para el miembro inferior

El modelo cinemático define las velocidades rotacionales y aceleraciones lineales medidas con el sensor inercial como función de las velocidades articulares y aceleraciones articulares. El modelo planteado está definido para ubicar 7 sensores inerciales, siendo de interés conocer las velocidades rotacionales y aceleraciones lineales en cada sensor, por tanto se definen 7 modelos cinemáticos, donde fue necesario hallar las jacobianas de cada sensor inercial. Para ello, se empleó el software SYMORO (“Symbolic Modelling of Robots”), ya que la realización del cálculo manual de dichas matrices implica una gran dificultad, considerando la complejidad del modelo estudiado [32].

El modelo cinemático directo de segundo orden define la aceleración del sensor inercial como función de las aceleraciones conjuntas, teniendo en cuenta la relación entre las velocidades articulares ( $q$ ), las aceleraciones articulares ( $\dot{q}$ ) y las aceleraciones cartesianas ( $\ddot{q}$ ), siendo  $n$  el enlace de interés de la tabla de Denavit Hartenberg, es decir, el enlace que defina la posición final de cada sensor inercial. El modelo cinemático de segundo orden se puede definir con la siguiente ecuación:

$${}^r\ddot{X}_n = {}^rJ_n\ddot{q} + {}^r\dot{J}_n\dot{q} + {}^rT_n(1:3,1:3) * [g] \quad (14)$$

Siendo:

- ${}^r\ddot{X}_n$ : Aceleraciones cartesianas en el punto  $n$  con respecto al marco de referencia  $r$ .
- ${}^rJ_n$ : Matriz jacobiana en el punto  $n$  con respecto al marco de referencia  $r$ .
- ${}^r\dot{J}_n$ : Matriz hessiana en el punto  $n$  con respecto al marco de referencia  $r$ .
- ${}^rT_n(1:3, 1:3)$ : Matriz de orientación de la tabla de DH en el punto  $n$  con respecto al marco de referencia  $r$ .
- $[g]$ : Vector de gravedad.

Mayores detalles sobre las matrices de transformación, pertenecientes al modelo cinemático, de cada uno de los siete sensores inerciales pueden hallarse en [33].

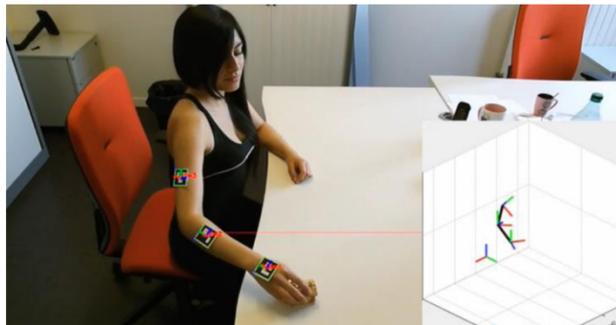
## B. Inicialización de los sensores inerciales mediante marcadores QR

Para la inicialización del Filtro de Kalman Extendido se necesita ingresar los valores de las variables y los parámetros de inicialización para el estado inicial, que es el individuo en posición de reposo. Entre las variables se encuentran aceleraciones lineales, las velocidades rotacionales y los coeficientes de la serie de Fourier, mientras que entre los parámetros están las longitudes de los segmentos corporales y las posiciones locales de los sensores inerciales o IMUs.

Debido a la complejidad que implica medir directamente la ubicación que tiene cada uno de los sensores en los tres ejes, ya que los marcos locales de las IMUs y los marcos de los segmentos del cuerpo no están alineados (por diversas razones como la estructura corporal y los movimientos de la piel), se propone un método alternativo que permita identificar dichas posiciones por medio del uso de marcadores con códigos QR y la cámara del Kinect. La idea principal por la que se utilizaron los códigos QR es que estos se ubican sobre cada una de las IMUs para

determinar la transformación (traslación y rotación) entre los marcos locales de los sensores y los marcos de los segmentos corporales correspondientes, ya que con estos marcadores se puede medir la posición 3D y la orientación 3D en su parte media con relación al sistema de coordenadas de la cámara.

En la Fig. 2 se puede observar el procedimiento anteriormente descrito, aplicado para un estudio realizado con el miembro superior, donde se tienen ubicados unos marcadores QR en el lugar donde se ubican las IMUs y se definen los dos puntos anatómicos laterales y el punto medio de la articulación del hombro. Posteriormente se realizaron los cálculos correspondientes que permitieron definir el centro de las articulaciones del brazo y la posición de los sensores, obteniéndose la reconstrucción gráfica de las articulaciones y su movimiento.



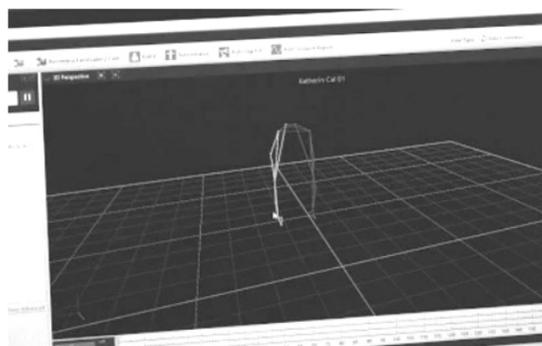
**Fig. 2.** Reconstrucción 3D del brazo derecho a partir de los marcadores QR.  
Fuente: Autores.

Se sabe que el dispositivo Kinect de Microsoft es poco preciso en la identificación de los segmentos y los gestos corporales de la manera tradicional, ya que desde una imagen plana se aplican los algoritmos internos para estimar la ubicación de los eslabones y las uniones entre ellos, en un proceso que involucra una alta probabilidad de error [34]. Sin embargo, en el enfoque presentado en este proyecto de investigación, se reduce su inexactitud inherente puesto que no se utilizan los algoritmos internos que posee para suponer la posición relativa de las articulaciones, sino que se emplea netamente la información del sensor de profundidad, mediante el posicionamiento físico de los marcadores QR en las articulaciones involucradas, que en combinación con algoritmos externos provenientes de la librería de Aruco [35], permiten saber la posición espacial de cada marcador, para que mediante transformaciones espaciales entre todos los marcadores involucrados, se obtengan los cálculos de las posiciones relativas de cada uno de ellos respecto a un marcador de referencia, el cual se ubica sobre una superficie fija, permitiendo a su vez la reconstrucción gráfica de cada una de las articulaciones en cuestión.

#### IV. RESULTADOS

A continuación se mostrará la comparación de los valores obtenidos para los ángulos de las articulaciones durante el proceso de caminata de un participante, con los sensores inerciales Xsens y las cámaras del sistema de captura óptica VICON, con el fin de validar la eficiencia del método propuesto aplicando el Filtro de Kalman Extendido en la estimación de las características cinemáticas de la marcha humana.

En la Fig. 3 se observa la reconstrucción 3D que lleva a cabo el VICON para el modelo de los miembros inferiores.



**Fig. 3.** Reconstrucción 3D de miembro inferior con el VICON.  
Fuente: Elaboración propia.

Aquí es necesario mencionar nuevamente el hecho de que las validaciones se realizaron para la cadera, la rodilla y el tobillo del hemicuerpo derecho (ya que por la falta de un sensor inercial adicional no se pudo completar el modelo total de miembro inferior con las 7 IMUs como se tenía previsto inicialmente), con las cuales se llevaron a cabo los comparativos de los ángulos obtenidos para los tres ejes (X, Y, Z).

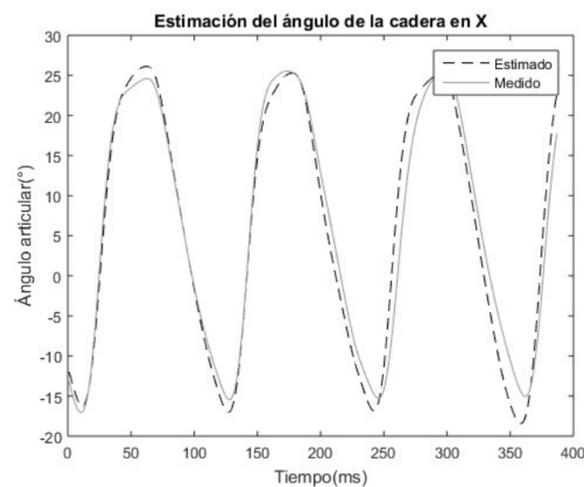
Para la obtención de los errores se aplicaron las fórmulas que se observan en (14) y (15), para el error absoluto expresado en grados y el error relativo indicado en porcentaje, respectivamente; y luego a través del comando mean de Matlab se obtuvo la media de cada uno de los errores anteriores.

$$\varepsilon_i = p_m - p_a \quad (15)$$

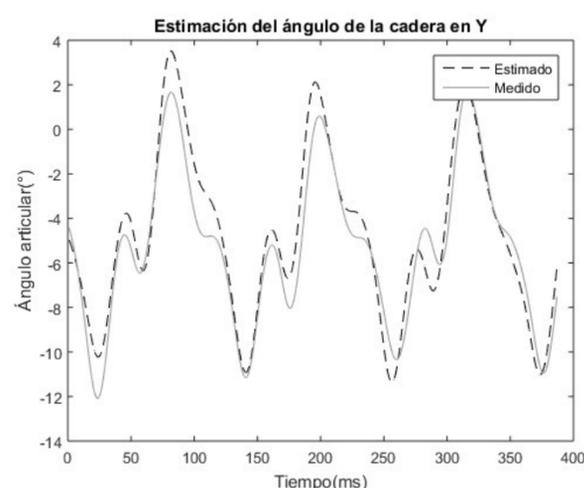
Donde:

- $\varepsilon_i$  = Error absoluto
- $\varepsilon_p$  = Error relativo porcentual
- $p_m$  = Valor estimado con el EKF
- $p_a$  = Valor medido con el VICON

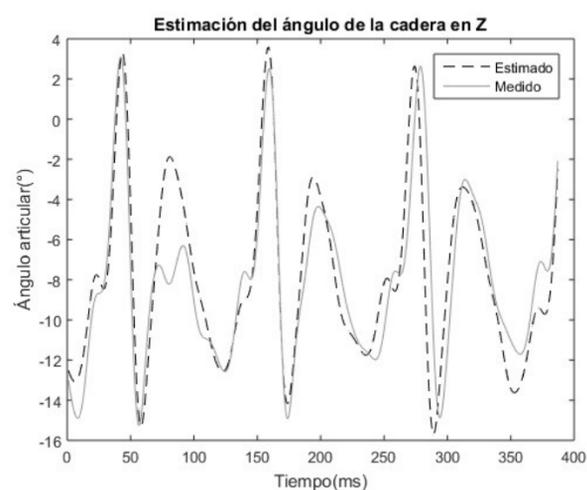
En la Fig. 4, Fig. 5 y Fig. 6 se observan las comparaciones para la articulación de cadera, entre los valores de los ángulos articulares estimados con el Filtro de Kalman Extendido y los medidos con el VICON. Es necesario destacar que se ha definido la línea punteada para los valores de los ángulos articulares obtenidos mediante la estimación realizada con el Filtro de Kalman Extendido, y la línea continua para las curvas correspondientes a los ángulos articulares que fueron medidos con el sistema óptico de captura de movimiento VICON, y que como se dijo anteriormente, aunque la recolección de los datos se llevó a cabo durante periodos de aproximadamente 30 segundos, los resultados que se muestran en las siguientes figuras corresponden a los ángulos obtenidos en un periodo de tiempo de 400 ms.



**Fig. 4.** Estimación del ángulo de la cadera en X.  
**Fuente:** Autores.



**Fig. 5.** Estimación del ángulo de la cadera en Y.  
**Fuente:** Autores.



**Fig. 6.** Estimación del ángulo de la cadera en Z.  
Fuente: Autores.

El error medio absoluto obtenido para el eje X fue de  $-0.3012^\circ$ , para el eje Y de  $0.5339^\circ$  y para el eje Z de  $0.2315^\circ$ , mientras el error medio relativo fue de  $-2.16\%$ ,  $-1.98\%$  y  $-2.04\%$  para los mismos ejes, respectivamente.

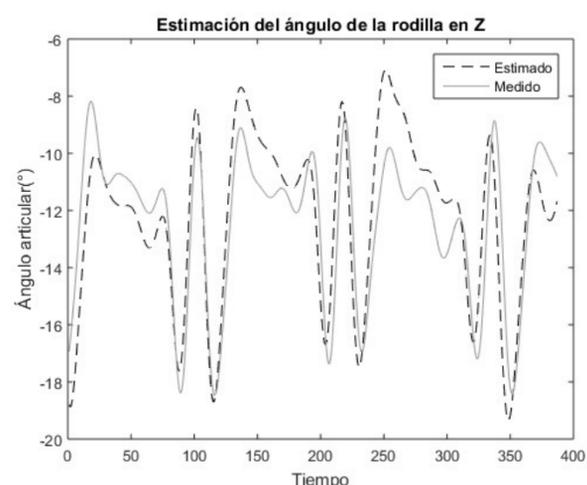
Para determinar la fiabilidad de los errores obtenidos se tomó en consideración los estudios [5], [36], los cuales presentan rangos de errores entre los  $-0.5^\circ$  y  $1.6^\circ$ , siendo similares a los obtenidos en este proyecto. Por lo cual se puede afirmar que existe un ajuste adecuado entre los valores de los ángulos articulares obtenidos mediante la estimación efectuada con el filtro y los valores medidos con el sistema óptico para el ejemplo de la cadera, debido a que el error absoluto se encuentra en un rango entre  $-0.3012^\circ$  y  $1.072^\circ$ , el cual se considera pequeño y aproximado al valor real (los valores negativos indican que la estimación se encuentra por debajo del valor de referencia). El error relativo muestra gran precisión entre los valores obtenidos, además de que no supera el 3%.

En la [Tabla 1](#) se tienen los cálculos del error absoluto y el error relativo para cada articulación en cada uno de los ejes, como resultado de comparar los valores de los ángulos estimados y medidos ([Fig. 7](#), [Fig. 8](#), [Fig. 9](#) y [Fig. 10](#)). Para la rodilla se tienen valores únicamente para el eje Z ya que es en este eje donde se tiene una dinámica de movimiento más significativa y de mayor relevancia para el estudio, como lo es el movimiento de flexión/ extensión, mientras que en los demás se tienen unos arcos de movimiento mínimos, que no representan valores considerables para un análisis más profundo.

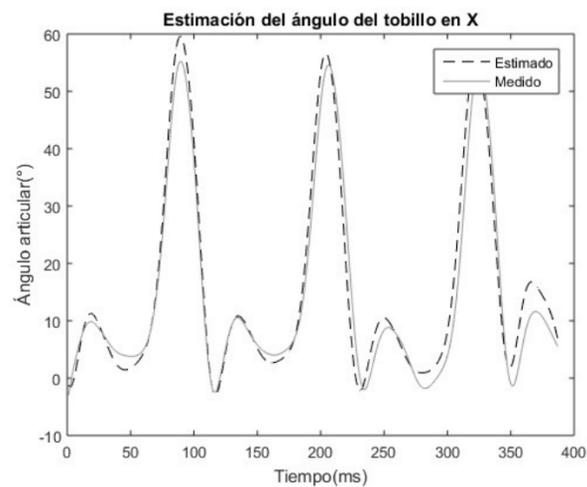
**TABLA 1.** RESULTADO DEL ERROR ABSOLUTO Y RELATIVO PARA CADA ARTICULACIÓN EN LOS TRES EJES

Articulación	Media del error absoluto ( $^\circ$ )			Media del error relativo ( $^\circ$ )		
	Eje X	Eje Y	Eje Z	Eje X	Eje Y	Eje Z
Cadera	-0.3012	0.5339	0.2315	2.16	1.98	2.04
Rodilla	-	-	0.2352	-	-	1.99
Tobillo	0.7811	-0.3306	1.0720	2.62	2.41	2.65

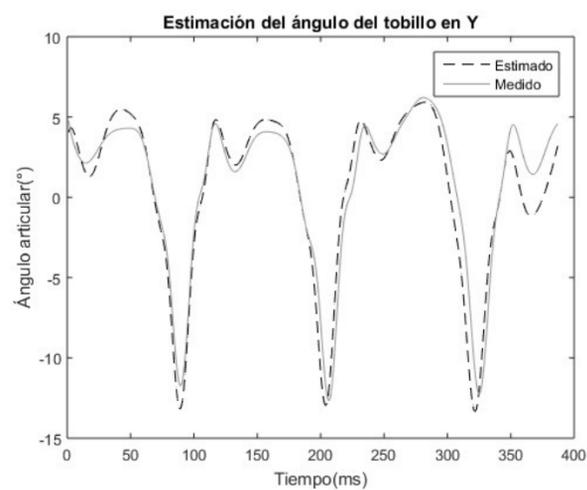
Fuente: Autores.



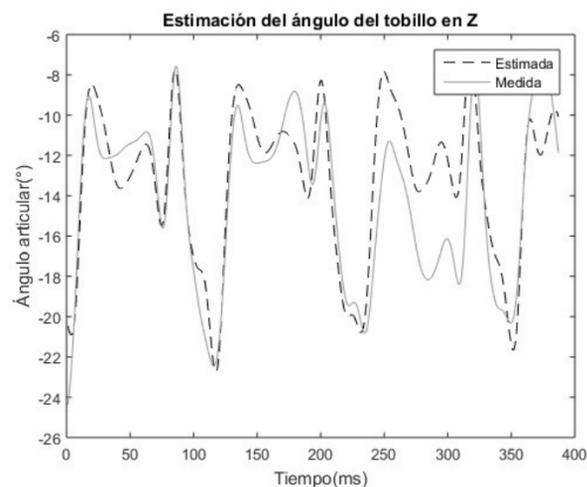
**Fig. 7.** Estimación del ángulo de la rodilla en Z.  
Fuente: Autores.



**Fig. 8.** Estimación del ángulo del tobillo en X.  
Fuente: Autores.



**Fig. 9.** Estimación del ángulo del tobillo en Y.  
Fuente: Autores.



**Fig. 10.** Estimación del ángulo del tobillo en Z.  
Fuente: Autores.

Se observa que no se consideró el análisis para la rodilla en los ejes X e Y, ya que esta articulación únicamente posee un grado de libertad, que corresponde a la flexión/extensión a lo largo del eje Z.

Al igual que como se explicaba para el caso de la cadera, en general se tienen unos valores en un margen considerablemente bajo puesto que para el error absoluto, a excepción del obtenido para el tobillo en el eje X, los demás errores se encuentran por debajo de  $1^\circ$ ; mientras que el error relativo en todos los casos está por debajo del 3%.

Es necesario mencionar que las condiciones del entorno tienen una gran influencia en los resultados, al igual que los movimientos corporales que se efectúan durante el proceso de caminata, los cuales pueden generar movimientos leves en los sensores inerciales y en los marcadores

del VICON. Esto explicaría el hecho de que se obtuviera un error absoluto un poco mayor al 1° para el tobillo en el eje Z, ya que al ser la zona que tiene contacto directo con el suelo, se pueden producir valores erróneos si se produce un impacto muy fuerte o si ocurre un movimiento brusco de la piel al rozar el suelo con el pie.

Así pues, al realizar un análisis de los errores se obtiene que la media del error absoluto total para las articulaciones trabajadas es de 0.3174°, y la media del error relativo total es de 2.21%. Con base en lo anteriormente explicado se puede afirmar que el método de estimación con el Filtro de Kalman Extendido presenta una gran precisión en las medidas, una buena exactitud en los resultados de medición con respecto al valor de referencia, y por ende una alta eficiencia en el proceso de estimación de los parámetros de la cinemática de los miembros inferiores.

## V. CONCLUSIONES

El presente artículo presentó un algoritmo basado en el filtro de Kalman extendido, con el fin de estimar los parámetros de marcha de miembro inferior. Debido a que los patrones de caminata varían entre cada persona, principalmente en los casos donde se tiene algún tipo de alteración física o lesión, es muy complejo contar con una parametrización adecuada para la medición y posterior evaluación objetiva del desempeño del método de estimación, a la vez que se puede incurrir en valores erróneos por los movimientos mal efectuados.

La elección del ejercicio de la marcha humana para el desarrollo del presente estudio produjo grandes ventajas, ya que la información obtenida de su análisis corresponde a los parámetros de la cinemática articular (velocidad, aceleración y tiempo), los cuales son indispensables para el estudio de los miembros inferiores según el enfoque presentado inicialmente.

Para los procesos de toma de datos es primordial llevar a cabo una adecuada calibración, ya que a través de esta se proporciona la seguridad de que los equipos cumplen con las especificaciones requeridas, garantizando la fiabilidad y trazabilidad de las medidas. En el caso particular del sistema óptico VICON se observa que la fase de calibración tiene una gran importancia, ya que por medio de ella se define el espacio de trabajo y el ángulo de captura de las cámaras, por lo que algún movimiento en alguna de ellas implica la recalibración de todo el sistema, ya que de no ser así se obtendrían resultados incorrectos como consecuencia de las mediciones inexactas.

Al analizar los resultados obtenidos de las comparaciones entre el sistema propuesto con el filtro y el VICON, se puede concluir que el filtro de Kalman extendido presenta un adecuado rendimiento y una gran eficiencia en el proceso de estimación de los parámetros de la cinemática de las articulaciones de miembro inferior, en combinación con sensores inerciales para las mediciones correspondientes. Esto se ve soportado en los valores totales del error absoluto y del error relativo, los cuales se encuentran en un rango considerablemente bajo según se verifica con otros estudios realizados en el área, como se explicó previamente.

Debido a que el método propuesto logra estimar de manera apropiada los ángulos articulares de los miembros inferiores, genera grandes ventajas en el ámbito de la rehabilitación al ofrecer un sistema económico, fácil de usar y que facilita el acceso a los usuarios, al no tener la necesidad de buscar equipos complejos que realicen las mismas tareas que este desempeña. Así mismo, puede ser usado en diversas aplicaciones que requieran el análisis cinemático del miembro inferior, tanto para procesos de rehabilitación como para servir de herramienta de apoyo a los fisioterapeutas o profesionales en el área para evaluar el avance de sus pacientes a lo largo del tiempo, gracias a su adecuado rendimiento.

Trabajos futuros extenderán esta metodología al miembro superior; además de aplicar el filtro de Kalman extendido a un ejercicio diferente a la marcha humana (por ejemplo sentadillas) e involucrar así mismo el modelo dinámico del usuario.

## REFERENCIAS

- [1] A. Calasans, *Diez datos sobre la discapacidad*. Ginebra: OMS, 2013.
- [2] M. El-Gohary, L. Holmstrom, J. Huisinga, E. King, J. McNames & F. Horak, "Upper limb joint angle tracking with inertial sensors", *IEEE. Trans. Biomed. Eng.*, vol. 59, no. 9, pp. 2635–2641, Sept. 2012. <https://doi.org/10.1109/IEMBS.2011.6091362>
- [3] K. Sweeting & M. Mock, "Gait and posture-assessment in general practice", *Aust. Fam. Physician*, vol. 36, no. 6, pp. 398–401, Jul. 2007. Available: <https://www.racgp.org.au/afp/200706/200706sweeting.pdf>

- [4] A. Fontes, T. Menezes, P. Fallavollita, L. Silva & V. Teichrieb, “Rehabilitation motion recognition based on the international biomechanical standards”, *Expert. Syst. Appl.*, vol. 116, pp. 396–409, Feb. 2019. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2018.09.026>
- [5] A. Villa, E. Gutiérrez y J. Pérez, “Consideraciones para el análisis de la marcha humana, técnicas de videogrametría, electromiografía y dinamometría”, *Rev. Ing. Biomed.*, vol. 2, no. 3, pp. 16–26, Jun. 2008. Disponible en: <https://pesquisa.bvsalud.org/portal/resource/pt/lil-773325>
- [6] V. Bonnet, G. Daune, V. Joukov, R. Dumas, P. Fraisse, D. Kulic, A. Seilles, S. Andary & G. Venture, “A constrained extended kalman filter for dynamically consistent inverse kinematics and inertial parameters identification”, in *6th IEEE International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics*, BioRob 2016, Singapore, SG, 26-29 Jun. 2016. <https://doi.org/10.1109/BIOROB.2016.7523749>
- [7] V. Bonnet, C. Mazza, P. Fraisse & A. Cappozzo, “A least-squares identification algorithm for estimating squat exercise mechanics using a single inertial measurement unit”, *J. Biomech.*, vol. 45, no. 8, pp. 1472–1477, May. 2012. <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2012.02.014>
- [8] T. Seel, J. Raisch & T. Schauer, “Imu-based joint angle measurement for gait analysis”, *Sensors*, vol. 14, no. 4, pp. 6891–6909, Apr. 2014. <https://doi.org/10.3390/s140406891>
- [9] H. Vathsangam, A. Emken, D. Spruijt & G. Sukhatme, “Toward freelifing walking speed estimation using gaussian process-based regression with on-body accelerometers and gyroscopes”, in *4th International ICST Conference on Pervasive Computing Technologies for Healthcare*, PervasiveHealth 2010, Munich, GE, Marc. 2010. <https://doi.org/10.4108/ICST.PERVASIVEHEALTH2010.8786>
- [10] W. Jiang & Z. Yin, “Combining passive visual cameras and active IMU sensors for persistent pedestrian tracking”, *J. Vis. Commun. Image R.*, vol. 48, no. 5, pp. 419–431, Oct. 2017. <https://doi.org/10.1016/j.jvcir.2017.03.015>
- [11] M. Djuric, N. Jovicic, D. Popovic & A. Djordjevic, “Nonlinear optimization for drift removal in estimation of gait kinematics based on accelerometers”, *J. Biomech.*, vol. 45, no. 16, pp. 2849–2854, Sept. 2012. Available: [https://www.researchgate.net/publication/230869449\\_Nonlinear\\_optimization\\_for\\_drift\\_removal\\_in\\_estimation\\_of\\_gait\\_kinematics\\_based\\_on\\_accelerometers](https://www.researchgate.net/publication/230869449_Nonlinear_optimization_for_drift_removal_in_estimation_of_gait_kinematics_based_on_accelerometers)
- [12] D. Roetenberg, H. Luinge & P. Slycke, “Xsens mvn: full 6dof human motion tracking using miniature inertial sensors,” *Tech. Rep.*, Xsens Motion Technologies, Enschede, Ni, Jan. 2009. Available: [https://www.researchgate.net/publication/239920367\\_Xsens\\_MVN\\_Full\\_6DOF\\_human\\_motion\\_tracking\\_using\\_miniature\\_inertial\\_sensors](https://www.researchgate.net/publication/239920367_Xsens_MVN_Full_6DOF_human_motion_tracking_using_miniature_inertial_sensors)
- [13] A. Guzik, M. Druzicki, A. Wolan, G. Przynsada & A. Kwolek, “The Wisconsin gait scale – The Minimal clinically important difference”, *Gait Posture*, vol. 68, pp. 453–457, Feb. 2019. <https://doi.org/10.1016/j.gaitpost.2018.12.036>
- [14] L. Benson, X. Clermont, E. Bosnjak & R. Ferber, “The use of wearable devices for walking and running gait analysis outside of the lab: A systematic review”, *Gait Posture*, vol. 63, pp. 124–138, Jun. 2018. <https://doi.org/10.1016/j.gaitpost.2018.04.047>
- [15] C. Díaz, A. Torres, J. Ramírez, L. García & N. Álvarez, “Descripción de un dispositivo destinado al análisis de la marcha en dos dimensiones, CineMED”, *Rev. EIA*, vol. 5, pp. 85–92, Jun. 2006. Disponible en <https://revistas.eia.edu.co/index.php/reveia/article/view/149/148>
- [16] E. Camargo, Y. Garzón & V. Camacho, “Sistema portátil de captura de movimiento para el análisis cinemático de la marcha humana”, *Rev. Tecnura*, vol. 16, no. 34, pp. 67–83, Oct. 2012. <https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.tecnura.2012.4.a05>
- [17] T. Weise, *Global optimization algorithms: theory and application*. Hefei, CHN: Self-Published, 2011.
- [18] G. Cooper, I. Sheret, L. McMillian, K. Siliverdis, N. Sha, D. Hodgins & D. Howard, “Inertial sensor-based knee flexion/extension angle estimation”, *J. Biomech.*, vol. 42, no. 16, pp. 2678–2685, Dec. 2009. <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2009.08.004>
- [19] V. Bonnet & G. Venture, “Fast determination of the planar body segment inertial parameters using affordable sensors”, *IEEE T. Neur. Sys. Reh.*, vol. 23, no. 4, pp. 628–635, Jul. 2015. <https://doi.org/10.1109/TNSRE.2015.2405087>
- [20] J. Figueiredo, C. Santos & J. Moreno, “Automatic recognition of gait patterns in human motor disorders using machine learning: A review”, *Med. Eng. Physics*, vol. 53, pp. 1–12, Mar. 2018. <https://doi.org/10.1016/j.medengphy.2017.12.006>
- [21] F. Schültje, P. Beckerle, M. Grimmer, J. Wojtusich & S. Rinderknecht, “Comparison of trajectory generation methods for a human-robot interface based on motion tracking in the int<sup>2</sup>bot”, in *Proc. 23rd IEEE Roman 2014*, 23ISRHC, Edinburgh, UK, 25-29 Aug. 2014. <https://doi.org/10.1109/ROMAN.2014.6926336>
- [22] M. El-Gohary & J. McNames, “Human joint angle estimation with inertial sensors and validation with a robot arm”, *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 62, no. 7, pp. 1759–1767, Jul. 2015. <https://doi.org/10.1109/TBME.2015.2403368>
- [23] C. Lightcap & S. Banks, “An extended Kalman filter for real-time estimation and control of a rigid-link flexible-joint manipulator”, *IEEE T. Contr. Syst. T.*, vol. 18, no. 1, pp. 91–103, Jun. 2010. <https://doi.org/10.1109/TCST.2009.2014959>
- [24] J. Grosso & D. Tibaduiza, “Diseño y validación de un exoesqueleto maestro-esclavo para rehabilitación de piernas”, Tesis de grado, dpto IMEC, UNAB, B/manga, CO, 2008.
- [25] V. Ortiz, M. Nieto & E. Quintero, “Metodología para la estimación de parámetros en tiempo real mediante filtros de Kalman y mínimos cuadrados”, *Iteckne*, vol. 10, no. 1, pp. 37–44, Jul. 2013. <https://doi.org/10.15332/iteckne.v10i1.178>
- [26] V. Bravo, M. Arias & J. Cárdenas, “Análisis y aplicación del filtro de Kalman a una señal con ruido aleatorio”, *Scientia Et Technica*, vol. 18, no. 1, pp. 267–274, Abr. 2013.

- [27] J. Chen & W. Liao, “A leg exoskeleton utilizing a magnetorheological actuator”, in *Proc. IEEE RoBio 2006*, IEEE, Kunming, CN, 17-20 Dec. 2006. <https://doi.org/10.1109/ROBIO.2006.340320>
- [28] C. Prakash, R. Kumar, N. Mittal & G. Raj, “Vision based identification of joint coordinates for marker-less gait analysis”, *Procedia Comput. Sci.*, vol. 132, pp. 68–75, Jan. 2018. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2018.05.060>
- [29] M. Lafortune, P. Cavanagh, H. Sommer & A. Kalenak, “Three-dimensional kinematics of the human knee during walking”, *J. Biomech.*, vol. 25, no. 4, pp. 347–357, Apr. 1992. [https://doi.org/10.1016/0021-9290\(92\)90254-X](https://doi.org/10.1016/0021-9290(92)90254-X)
- [30] A. Cappelozzo, F. Catani, U. Croce & A. Leardini, “Position and orientation in space of bones during movement: anatomical frame definition and determination”, *Clin. Biomech.*, vol. 10, no. 4, pp. 171–178, Jun. 1995. [https://doi.org/10.1016/0268-0033\(95\)91394-T](https://doi.org/10.1016/0268-0033(95)91394-T)
- [31] R. Davis, S. Ounpuu, D. Tyburski & J. Gage, “A gait analysis data collection and reduction technique”, *Hum. Movement Sci.*, vol. 10, no. 5, pp. 575–587, Oct. 1991. [https://doi.org/10.1016/0167-9457\(91\)90046-Z](https://doi.org/10.1016/0167-9457(91)90046-Z)
- [32] E. Portilla, O. Avilés, P. Niño, R. Pina, M. Molina & E. Moya, “Análisis cinemático y diseño de un mecanismo de cuatro barras para falange proximal de dedo antropomórfico”, *Cienc. Ing. Neogranad.*, vol. 20, no. 1, pp. 45–49, Jun. 2010. <https://doi.org/10.18359/rcin.283>
- [33] K. Quijano & D. Valencia, “Estimación de la cinemática de las articulaciones de miembro inferior a partir de un arreglo reducido de sensores”, *Tesis de grado*, dpto IAIA, Unicauca, Popayán, CO, 2018.
- [34] J. Osio, J. Salvatore, E. Kunysz, D. Montezanti, D. Alonso, V. Guarepi & D. Morales, “Análisis de eficiencia en arquitecturas multiprocesador para aplicaciones de transmisión y procesamiento de datos”, in *WICC 2017*, ITBA, Bs. As., AR, Abr. 2017, pp. 163–167.
- [35] S. Garrido, R. Muñoz, F. Madrid & M. Marín, “Automatic generation and detection of highly reliable fiducial markers under occlusion”, *Pattern Recognit.*, vol. 47, no. 6, pp. 2280–2292, Jun. 2014. <https://doi.org/10.1016/j.patcog.2014.01.005>
- [36] A. Salazar, W. Castrillón & F. Prieto, “Herramienta de asistencia en el diagnóstico de la movilidad articular en 3D”, *Rev Avances Sist. Inf.*, vol. 5, no. 1, pp. 55–64, May. 2008.

**Oscar Andrés Vivas Albán** recibió su título de ingeniero en Electrónica de la Universidad del Cauca (Popayán, Colombia). Tiene una maestría en automática de l’Ecole Centrale de Nantes (Francia) y un doctorado en robótica de l’Université de Montpellier II (Francia). Actualmente es profesor titular de la Universidad del Cauca, en Popayán, Colombia. <https://orcid.org/0000-0001-5381-8234>

**Deisy Carolina Valencia Chacón** se graduó con el título de Ingeniera en automática industrial de la Universidad del Cauca (Popayán, Colombia) . Realizó su proyecto de investigación en la “Université Paris-Est Créteil (UPEC)” titulado “Estimación de la cinemática de las articulaciones de miembro inferior a partir de un arreglo reducido de sensores”, bajo la supervisión del PhD. Oscar Andrés Vivas Albán (Universidad del Cauca) y el PhD. Vincent Bonnet (UPEC). Sus temas de interés en el ámbito investigativo se centran en el área de la robótica médica y el desarrollo de aplicaciones móviles.

**Katherin Quijano Guzmán** se graduó con el título de Ingeniera en automática industrial de la Universidad del Cauca (Popayán, Colombia). Realizó su proyecto de investigación en la “Université Paris-Est Créteil (UPEC)” titulado “Estimación de la cinemática de las articulaciones de miembro inferior a partir de un arreglo reducido de sensores”, bajo la supervisión del PhD. Oscar Andrés Vivas Albán (Universidad del Cauca) y el PhD. Vincent Bonnet (UPEC). Sus temas de interés en el ámbito investigativo se centran en el área de la robótica médica, la inteligencia artificial y los sistemas autónomos. <https://orcid.org/0000-0003-3596-3184>

**Vincent David Bonnet** recibió su título de ingeniero en la Université de Montpellier II (Francia). Tiene una maestría y un doctorado en robótica, de l’Université de Montpellier II (Francia). Realizó un posdoctorado en la Univesità Foro Itálico (Roma, Italia), y otro posdoctorado en Tokyo University of Agriculture and Technology (Tokio, Japón). Actualmente es profesor del Laboratorio de Imágenes, Señales y Sistemas Inteligentes de l’Université Paris Est Créteil (París, Francia). <https://orcid.org/0000-0001-5523-868X>